



*micro*informatica srl

BASIC

ALGORITMI

PROGRAME

**INFORMATICA
PENTRU ELEVII**

*micro*Informatica

Editat sub egida Comisiei Naționale de Informatică

**Florian Boian
Ioana Chioreanu
Gheorghe Coman
Militon Frențiu**

**Seyer Groze
Kása Zoltán
Teodor Toadere
Leon Țimbulea**

, Informatică pentru elevi

**Cluj-Napoca
1992**

Coperta

designer Liviu Derveșteanu

Editor

prof. univ. dr. Emil Muntean

Toate drepturile asupra acestei
ediții sînt rezervate societății
MicroInformatica SRL

1. SISTEM DE CALCUL.

1.1. Elemente de prelucrare automată a datelor.

O caracteristică esențială a secolului al XX-lea o constituie rapidă dezvoltare a științei și tehnicii, într-o strinsă cooperare. În aceste condiții, proiectarea diferitelor tehnologii și stabilirea unor soluții optime ale acestora au dus cu necesitate la efectuarea de calcule tot mai numeroase și complexe, imposibil de realizat cu metodele și mijloacele existente anterior. Drept consecință, apariția mijloacelor automate de calcul (calculatorul electronic), în cel de al cincilea deceniu al secolului nostru, a devenit o necesitate, constituind una dintre cele mai mari cuceriri ale gândirii și tehnologiei umane.

Prin prelucrare de informații se înțelege efectuarea asupra lor a unor transformări care în general pot fi de:

- a) introducere (citire) în dispozitivul de calcul;
- b) transferări de date dintr-un loc în altul, în vederea organizării lor;
- c) operații de calcul (adunări, scăderi, înmulțiri, etc.);
- d) extragerea (tipărirea) rezultatelor.

După gradul de participare a omului în procesul prelucrării, după tipul muncii efectuate și după echipamentul utilizat, metodele de prelucrare pot fi: manuale, electromecanice și automate. Prelucrarea automată este net superioară celorlalte datorită preciziei și vitezei de lucru.

Ceea ce deosebește radical prelucrarea automată a informațiilor de celelalte tipuri de prelucrări este faptul că în cazul acesteia intervenția omului, exceptând cazurile de forță majoră, este necesară o singură dată, la început, atunci când dispozitivului de prelucrare i se dă împreună cu datele de prelucrat și programul de lucru.

Dispozitivul care efectuează o astfel de prelucrare are următoarele părți componente:

- unitatea centrală;
- memoria internă;
- dispozitive periferice.

Unitatea centrală are drept scop decodificarea și execuția instrucțiunilor furnizate de utilizator. Ea este compusă din:

- unitatea de calcul, care efectuează operațiile propriu-zise;

- unitatea de comandă, care dirijează întreaga activitate a dispozitivului.

Memoria este alcătuită din elemente bistabile, dispozitive fizice capabile să se prezinte în două stări distincte. Asociind acestor stări cifra 0, respectiv 1, fiecare dispozitiv poate reprezenta o cifră binară sau bit (binary digit), considerat a fi unitatea elementară de informație. Orice memorie are o structură de organizare. Cel mai frecvent este împărțirea ei în locații (celule), o locație fiind alcătuită dintr-un număr oarecare de elemente bistabile. Fiecărei locații i se asociază o adresă cu ajutorul căreia locația respectivă este identificată.

Numărul elementelor bistabile ce alcătuiesc o locație determină lungimea ei și diferă de la calculator la calculator. Lungimea minimă a unei locații adresabile este, de obicei, de 8 biți, iar locația se numește octet.

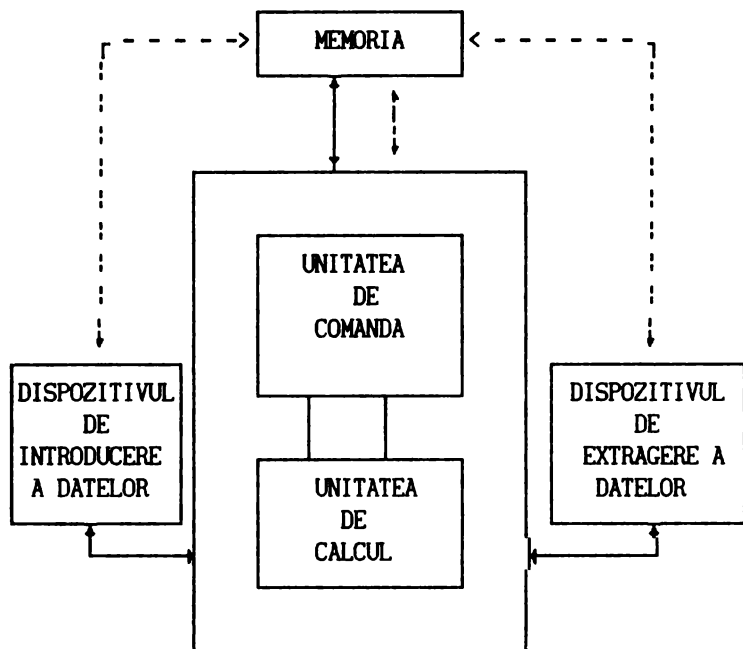
Dimensiunea memoriei unui calculator se exprimă în K octeti, sau în M octeti, unde 1 K (Kilo octet) = 1024 octeți, iar 1M (Mega octet) = 1024 K.

Dispozitivele periferice au rolul de a citi informația inițială de pe anumite medii externe, de a stoca informații și de a extrage rezultatele sub o formă dorită de către utilizator.

Legătura dintre aceste dispozitive este prezentată în figura de mai jos, unde prin linii continue s-a marcat impulsul de comandă, iar prin linii discontinue fluxul de informație (transferul de date).

Din această figură rezultă că pentru o prelucrare automată folosim mai mult decât un calculator; folosim un sistem de prelucrare automată a datelor (SPAD), calculatorul fiind doar o componentă a acestuia. Cu toate acestea, este răspândit obiceiul de a denumi sistemul de prelucrare, calculator electronic, lucru ce va fi făcut și de către noi în continuare.

Cele trei unități funcționale se pot afla într-un singur bloc fizic sau ca unități fizice distincte interconectate prin cabluri de legătură. Ele constituie partea fizică a calculatorului denumită și HARD (denumirea provine de la cuvântul englezesc hardware).



Toate aceste dispozitive rămân inerte în lipsa unor programe puse la dispoziția utilizatorului de către firme specializate și care alcătuiesc **sistemul de operare** sau **SOFT-ul** calculatorului (denumirea provine de la cuvântul englezesc software).

Partea fizică împreună cu sistemul de operare alcătuiesc **sistemul de calcul**.

1.2. Tipuri de sisteme de calcul.

Famiiliile de calculatoare existente astăzi în lume, ca și la noi în țară, pot fi împărțite în mai multe clase:

1) **Microcalculatoare**. Acestea folosesc ca unitate centrală un microprocesor (dispozitiv realizat cu un număr oarecare de componente integrate capabil să execute instrucțiuni, format dintr-o unitate de comandă și o unitate de calcul) care operează pe 8, 16 și în ultima vreme pe 32 de biți.

Microcalculatoarele sînt sisteme interactive monoutilizator (prelucrarea este dirijată în mod nemijlocit de la un terminal de către o singură persoană). Ele se împart, la rîndul lor, în:

-**Calculatoare personale familiale** cu ieşire pe un monitor TV şi care au ca suport de memorie externă caseta audio sau discul flexibil. Printre acestea amintim: aMIC, PRAE, HC85, TIM-S, fabricate în ţara noastră, SINCLAIR-SPECTRUM fabricat în Anglia, COMODORE-64 fabricat în SUA. Toate acestea au apărut după 1982.

-**Microcalculatoare profesionale** (sau calculatoare personale profesionale) dintre care amintim: M18, M118, M18B, TPD, CUBZ, DIAGRAM-2030, TDF, JUNIOR, M216 şi FELIX-PC fabricate la noi în ţară, APPLE-II şi IBM-PC, fabricate în SUA (toate după 1982).

2) **Minicalculatoarele**, apărute masiv pe piaţă după 1970, au unitate centrală care operează în general pe 16 sau 32 biţi. Sînt sisteme interactive multiutilizator (folosite simultan de cître mai mulţi utilizatori), iar sistemul de intrare/ieşire este orientat spre o magistrală (BUS) unică de informaţie (linii ce asigură transferul de informaţii prin transmitere de semnale care codifică un vector binar).

Tipice în acest sens sînt minicalculatoarele din familia PDP11(DEC-SUA). De asemenea, tot în SUA au apărut relativ recent, superminicalculatoarele VAX-8600 (1985) şi VAX-8650 (1986).

În ţara noastră există minicalculatoarele CORAL şi INDEPENDENT de tipurile CORAL-4011, CORAL-4030, CORAL-4031, CORAL-4021, respectiv I-100, I-102F, I-106. În prezent există preocupări pentru realizarea şi la noi în ţară, a unor minicalculatoare de tip VAX care să opereze pe 32 de biţi.

Minicalculatoarele au un preţ de cost rezonabil. Astfel, spre exemplu, un minicalculator CORAL-4030 cu dotare completă costă în jur de 3 milioane de lei (în 1988).

3) **Calculatoarele medii-mari** au apărut după 1950. Operează pe cuvinte de 32 biţi, au memorie mare, dar sînt deosebit de scumpe. Familia dominantă a acestei categorii de calculatoare este IBM-360. În ţara noastră astfel de calculatoare sînt FELIX C-256, FELIX C-512, FELIX C-1024 şi FELIX C-5000. Orientativ, un calculator FELIX C-256 cu o dotare completă a costat, la nivelul anului 1979, aproximativ 30 milioane lei. În prezent se fabrică din această categorie numai FELIX C-5000, după o tehnologie nouă. El are performanţe mai mari decît predecesorii lui şi un preţ de cost mai scăzut: 10 milioane lei.

4) **Supercalculatoarele** au o memorie internă de mare capacitate, eventual mecanisme de memorie virtuală, au operanţi pe cuvinte de 32-64 biţi şi sînt sisteme multiprocesor. Din această familie amintim IBM-370 cu seriile 145, 158, 168, CDC 6600 şi CDC

CYBER, IBM 4381-3 apărut în 1985, IBM 3083-JX apărut în 1983. Probabil că cele mai puternice sisteme de calcul dintre supercalculatoarele de azi sînt cele din familia CRAY, cu reprezentantul cel mai de seamă CRAY II.

La un moment dat se părea că viitorul calculatoarelor ar consta în sisteme mari și supercalculatoare, legate de la distanță cu mulți utilizatori, pe care să-i servească în *time-sharing* (în traducere, timp partajat). Fiecare utilizator are încărcat în memoria calculatorului un program, iar sistemul comută rapid execuția de la un program la altul, înregistrînd comenzile solicitate de către fiecare utilizator prin terminalul său. Astfel, în timp foarte scurt (mai puțin de o secundă) fiecare utilizator este servit cel puțin o dată.

Se pare însă, că în prezent tendința este ca majoritatea calculcelor să fie făcute folosind mini și microcalculatoarele, eventual calculatoarele personale. Calculatoarele mari și foarte mari urmează a fi folosite, în principal, pentru realizarea de sinteze, de utilizare a unor date prelucrate în altă parte și transmise, on-line sau off-line (sub controlul sau în afara controlului unității centrale) de la sistemele mai mici.

Ideea unor giganți care încearcă să fie totul pentru toți se pare că nu mai are sorți de izbîndă.

Se poate vedea în acest sens comparația între rețelele superminicalculatoarelor din familia VAX (rețeaua VAX Cluster, care tinde să integreze și calculatoare personale în rețea) și propunerea IBM de utilizare a unui supercalculator lucrînd sub sistemul de operare MVS, în locul unei rețele ([8], pp.51-56) .

1.3. Structura și functionarea unui microcalculator personal.

Prezentăm în continuare structura unui microcalculator personal. El se compune din: memorie, unitate centrală și periferice (dispozitive de intrare/ieșire).

Memoria are sarcina de a stoca informații (date și program) într-o formă bine stabilită. Există diverse tipuri de memorii, prezentarea lor fiind aproape imposibilă și lipsită de interes. Ele se clasifică în:

1. Memorie RAM (Random -Access -Memory) folosită ca memorie de lucru, în care se poate atît scrie cit și citi. Nu poate fi folosită pentru a păstra informații pe termen mai lung fiind volatilă (conținutul ei se pierde în momentul întreruperii sursei

electrice).

2. Memorii ROM (Read - Only - Memory) care sînt nevolatile însă care nu pot fi decît citite. În general, o memorie ROM este programată direct de firma producătoare.

Majoritatea calculatoarelor au memoriile interne între 64 KO și 16 MO.

Unitatea centrală are sarcina de efectuare a calculului, gestiunea memoriei și realizarea unor funcții logice. Conține unul sau mai multe registre acumulator folosite pentru păstrarea datelor aduse din memorie, efectuarea operațiilor asupra acestor date și retransmiterea lor memoriei.

În afara acestor registre acumulator unitatea centrală dispune și de alte registre ce îndeplinesc funcții speciale. Astfel, există un registru ce poate păstra o adresă curentă în memorie. Dimensiunea acestuia determină capacitatea memoriei care poate fi direct adresată de unitatea centrală.

De asemenea ea mai conține un registru în care se memorează instrucțiunea ce trebuie executată, conținutul lui fiind interpretat de către unitatea centrală și un registru, numit contor de program, care adresează instrucțiunea ce trebuie să fie executată în continuare.

Unitatea centrală funcționează, în general, pe baza principiilor magistralelor comune prin care datele, reprezentate în general pe 8 sau 16 biți, sînt transferate la și de la unitatea centrală.

Perifericele sînt echipamentele ce permit transmiterea informațiilor și stocarea rezultatelor.

Cel mai des periferic utilizat este tastatura sau claviatura, care seamănă foarte mult cu cea a unei mașini de scris.

Legatura între tastatură și microprocesor, în vederea transmiterii datelor se face astfel: fiecărei litere, cifre sau caracter special i se asociază o valoare zecimală care apoi este convertită în binar pentru a fi "înțeleasă" de microprocesor. Codul cel mai frecvent utilizat în acest scop este codul ASCII (American Standard Code for Information Interchange), formulat în 1963.

Pentru efectuarea dialogului între utilizator și calculator precum și a vizualizării rezultatelor se folosește un dispozitiv de afișare. Acesta poate fi un dispozitiv de DISPLAY sau un televizor care, în general, permite afișarea a 80 de caractere pe o linie a ecranului.

Deoarece memoria calculatorului este limitată și volatilă, pentru înlăturarea acestor neajunsuri se folosesc memorii externe (auxiliare).

Cel mai uzual suport de memorie externă este banda magnetică (casetă), iar ca periferic poate fi folosit casetofonul. Dezavantajul acestora constă în viteza redusă de lucru, datorată accesului la informațiile depozitate.

Unele calculatoare personale folosesc ca și memorii externe discul flexibil. Utilizînd ca periferic un cititor de disc flexibil, viteza de încărcare a programelor crește foarte mult. Pe un astfel de disc flexibil se poate stoca o informație cuprinsă între 128 și 1024 KO.

Pentru eventuala tipărire a rezultatelor se utilizează imprimanta.

1.4. Limbaje de programare.

Un sistem de prelucrare automată este capabil să rezolve o anumită problemă numai dacă, pe lângă datele problemei i se comunică și programul de lucru (algoritmul de rezolvare a problemei respective). Comunicarea acestor informații trebuie făcută într-o formă perceptibilă lui, într-un limbaj accesibil calculatorului, numit *limbaj calculator sau masina*. Operația de elaborare și descriere a programului pentru un calculator se numește de *programare* și este specifică numai prelucrării automate. Programul scris în limbaj mașină va fi numit *program obiect*.

Deoarece limbajul calculator utilizează numai caractere numerice (cifrele 0 și 1), o instrucțiune a programului obiect apare ca o succesiune de astfel de cifre. Aceasta face ca programarea în limbaj mașină să prezinte o serie de dezavantaje datorită următoarelor motive:

- limbajul este greu de învățat și de reținut;
- corectarea eventualelor erori intervenite în programare se face foarte greu;

- limbajul diferă de la calculator la calculator, ceea ce presupune învățarea unui limbaj mașină pentru fiecare calculator.

Toate acestea au făcut ca operația de programare a unui calculator în limbaj mașină să nu mai fie de mult practică, ea fiind caracteristică numai primelor calculatoare.

Calculatoarele moderne utilizează în programare limbaje intermediare între limbajul vorbit și cel calculator numite *limbaje*

de programare. Ele sînt limbafe artificiale, construite cu o anumită structură gramaticală și care folosesc anumite caractere pentru exprimarea dorințelor utilizatorului.

Dar orice calculator poate rezolva o problemă numai dacă ea este formulată în limbaful lui. Apare deci necesitatea traducerii unui program scris într-un limbaj de programare, program pe care o să-l numim sursă, într-un program obiect. Datorită structurii simple și precise a limbajelor de programare, operația de traducere a unui program dintr-un limbaj de programare într-un limbaj calculator a putut fi algoritimizată și lăsată în seama calculatorului, care o execută prin intermediul unui program special, program numit *translator* sau *compiler* și care aparține sistemului de operare.

Aproape toate sistemele de calcul posedă programe traducătoare pentru mai multe limbafe de programare, iar programarea într-un astfel de limbaj nu necesită cunoașterea structurii interne a calculatorului.

Limbafele de programare se impart în 2 clase:

- 1) Limbafe de nivel inferior sau de asamblare;
- 2) Limbafe de nivel superior sau evaluate.

Limbafele din prima categorie depind foarte mult de calculatorul pe care sînt implementate, deci sînt apropiate de limbajul mașină.

Spre deosebire de primele, limbafele de nivel superior s-au dezvoltat în ideea de a fi orientate spre un anumit domeniu de aplicații și de a depinde cît mai puțin de calculatorul pe care sînt implementate.

În afara criteriului de clasificare de mai sus mai există și altele. Printre acestea unul este legat de modul de lucru la calculator. Astfel, indiferent că este de nivel inferior sau superior, limbafele de programare pot fi:

- a) Limbafe conversaționale;
- b) Limbafe neconversaționale.

Limbafele conversaționale se caracterizează prin realizarea unei conversații între utilizator și calculator atît în timpul traducerii programului cît și în timpul execuției lui. În acest scop sînt necesare dispozitive terminale cuplate la calculator, de tip display, care permit comunicarea programului direct calculatorului, fără a mai fi necesară înregistrarea lui pe alte suporturi externe.

Avantajul unor astfel de limbafe constă în faptul că, prin

sistemul de conversație ce se stabilește, se creează posibilitatea corectării imediate a eventualelor erori apărute în program, erori semnalate de către sistem.

Limbașele neconversaționale nu permit intervenția utilizatorului în timpul compilării și nici în timpul execuției programului. Acesta este modul de lucru tradițional, existent la majoritatea sistemelor mai vechi de calcul printre care și a calculatorului românesc FELIX C-256.

În cazul acestora întregul program scris în limbajul de programare se înregistrează în prealabil pe un suport fizic (cartelă de hirtie, bandă magnetică, disc magnetic), se comunică sistemului și din acest moment utilizatorul nu mai poate interveni. După traducerea sau traducerea și execuția programului (în funcție de sistem), utilizatorului i se comunică o situație a stării programului: erori de programare, rezultate ale unor calcule etc.

Subliniem trăsătura esențială a oricărui limbaj de programare: formalizarea strictă și lipsa oricărei ambiguități. Aceasta este determinată de faptul că el este făcut pentru a fi implementat pe un calculator, ori pentru ca acesta să înțeleagă cele scrise de către programator trebuie să fie respectate anumite reguli sintactice.

1.5. Microcalculatorul personal HC-85 și folosirea lui.

Unitatea centrală a microcalculatorului HC-85 este construită cu microprocesorul Z80A și dispune de o memorie de 64K din care 16 K sînt de tip ROM unde se află interpretorul BASIC (programul care execută rînd cu rînd instrucțiunile Basic), iar 48 K sînt de tip RAM.

Ca și periferice are un dispozitiv de afișare (un televizor alb-negru sau color de tip PAL acordat pe canalul 10), iar ca memorie externă caseta magnetică acționată de un casetofon audio obișnuit.

Părțile sale componente sînt legate între ele prin diferiți conectori:

- a) de alimentare a calculatorului cu o sursă de 9V;
- b) de interconectare cu un televizor;
- c) de conectare a unui casetofon în cazul în care se dorește încărcarea unui program de pe casetă sau salvarea lui pe casetă;
- d) de extensie, folosit la legarea unei imprimante în vederea listării programului.

Pentru introducerea informațiilor în unitatea centrală și afișarea lor pe ecran se folosește o claviatură foarte asemănătoare cu a unei mașini de scris. Tastele ei conțin caractere literale și numerice precum și tastele CR (Carriage Return sau Enter), CS (Caps Shift), SS (Symbol Shift) și spațiul (tasta de culoare albă). Acționarea unei taste duce la afișarea pe ecran a unui simbol simplu (caracter literal, numeric sau special), sau a unui cuvânt cheie (numele unei funcții).

Pentru obținerea tuturor comenzilor și funcțiilor posibile, unele taste au până la 6 semnificații diferite, precizarea lor făcându-se prin acționarea tastei corespunzătoare simultan cu una din tastele CS sau SS, în funcție de modul de lucru.

Microcalculatorul are 5 moduri de lucru, prin care se alege un simbol indicat pe tastă, care are forma

Poz.4	Poz.2
Poz.1	
Poz.5	Poz.3

Aceste moduri precizate de către un cursor (un dreptunghi luminos) care indică locul de pe linia curentă unde va apare următorul caracter sau funcția introdusă de la claviatură.

Cursorul descrie caracterele literale K, L, C, E și G corespunzător celor 5 moduri de lucru. Interpretarea lor este dată în continuare.

a) Modul de lucru K (Keyword = cuvânt cheie) apare când se apăsă o comandă sau un număr de linie.

În acest caz acționarea unei taste numerice (0-9) duce la afișarea unui caracter numeric (poziția 1 din figura), iar acționarea unei taste literale, la afișarea unei funcții (cuvânt cheie, în poziția 3 din figură) și trecerea imediată la modul de lucru L.

Tasta SS acționată împreună cu o tastă literală conduce la afișarea unui caracter din poziția 2 a figurii de mai sus.

b) Modul de lucru L (Letters = litere) apare imediat după utilizarea unui mod de lucru K și este folosit la scrierea caracterelor literale mici.

Prin acționarea tastei corespunzătoare unui caracter literal se obține caracterul literal mic, iar prin acționarea unei taste numerice, un număr (poziția 1 din figură).

Acționat împreună cu tasta SS, la caractere literale corespunde poziția 2, iar la cele numerice poziția 3 din figură.

Acționat împreună cu tasta CS, la caracter literal corespunde poziția 1 (cu majuscule) și la cele numerice poziția 4 din figură.

c) Modul de lucru C (Capitals = majuscule) este o variantă a lui L, scrierea făcându-se cu caractere literale mari. Se utilizează după modul K prin acționarea tastei CS și 2. Poate alterna cu modul L.

d) Modul E (Extended = extins). Se obține prin acționarea simultană a lui CS și SS și se anulează imediat după folosire.

În acest mod de lucru acționarea unei taste literale generează caracterul din poziția 4 și caracterul de pe poziția 5 dacă este acționată împreună cu tasta SS.

Acționarea unei taste numerice în acest mod de lucru generează o secvență de control a culorii sau un caracter de pe poziția 5 dacă este folosită împreună cu tasta SS.

e) Modul de lucru G (Graphics = grafic) este obținut prin acționarea tastelor CS și 9.

Acționarea tastelor 1-8 în acest mod de lucru duce la afișarea unui mozaic grafic predefinit, iar a unei taste literale, diferită de V, W, X, Y, Z, la afișarea literei respective. Acționarea tastelor exceptate conduce la următoarele afișări.

V → RND
W → INKEY
X → PI
Y → FN
Z → POINT

Acționarea tastei zero duce la ștergerea caracterului aflat în stînga cursorului.

Pe ecran afișarea se realizează pe 24 de linii, fiecare linie putînd conține maximum 32 de caractere. Cele 24 linii sînt împărțite în două părți:

a) partea întii, formată din liniile 1-22 inclusiv, folosită la afișarea instrucțiunilor sau a rezultatelor programului. Cînd această parte este plină, apare mesajul "scroll?". Tastarea lui CR (sau a oricărui alt caracter diferit de BREAK) duce la afișarea a încă unui ecran s.a.m.d.

b) partea a doua (liniile 23-24) este folosită pentru comenzi de intrare, linii de program, tipărirea datelor de intrare și pentru mesaje.

1.6. Comenzile de execuție și lucrul cu perifericele.

Pentru efectuarea unor operații de manevră cum ar fi lansarea în execuție a unui program, încărcarea unui program de pe o casetă în memoria calculatorului sau copierea lui din memorie pe o casetă, se utilizează anumite comenzi speciale. Acestea sînt:

a) Comanda:

RUN

folosită la lansarea în execuție a unui program existent în memoria calculatorului. Comanda poate fi folosită și sub forma:

RUN număr

unde "număr" reprezintă eticheta unei instrucțiuni din program, caz în care execuția începe de la instrucțiunea cu eticheta "număr".

b) Comanda:

SAVE

se utilizează în operația de obținere a unei copii a programului aflat în memorie pe o casetă. Pentru aceasta programul trebuie să primească un nume compus din maximum 10 caractere literale și/sau numerice. Sintaxa comenzii este :

SAVE "nume"

la care calculatorul răspunde prin afișarea mesajului:

Start tape then press any key .

Pregătind casetofonul pentru înregistrare și acționînd o tastă a claviaturii (de ex. CR), are loc înregistrarea programului pe bandă. La terminarea operației, pe ecran se afișează mesajul

O OK

c) Comanda:

VERIFY "nume"

are ca efect verificarea programului înregistrat. Pentru aceasta se poziționează banda la începutul înregistrării, se dă comanda de verificare și se tastează CR. În momentul găsirii programului înregistrat, pe ecran apare mesajul :

Program: nume

iar la sfîrșitul programului mesajul:

O OK

dacă înregistrarea a fost făcută corect. În cazul unei erori de

înregistrare pe ecranul monitorului apare mesajul:

R Tape loading error

caz în care se face o nouă înregistrare.

Menționăm că dacă poziționarea casetei a fost făcută mult înaintea programului ce urmează să fie verificat, în timpul operației de căutare a programului specificat, calculatorul afișează numele tuturor programelor pe care le întâlnește.

d) Comanda

LOAD

este complementara lui SAVE, fiind folosită la transferul în memoria internă a unui program existent pe o casetă. Ea șterge din memoria calculatorului vechiul program și variabilele sale. Sintaxa comenzii este :

LOAD "nume"

Utilizată sub forma **LOAD " "** are ca efect încărcarea în memorie a primului program întâlnit pe casetă.

Microcalculatoarele personale HC-85, TIM-S, COBRA, PHOENIX, sînt compatibile cu SINCLAIR ZX-SPECTRUM.

Pentru calculatoarele HC-85 ce au ca suport extern dischete, comenzile corespunzătoare transferului de programe între memorie și dischete se schimbă în:

LOAD "*" ; 1 ; "nume-program"
SAVE "*" ; 1 ; "nume-program"

2. ALGORITMI SI DESCRIEREA LOR.

2.1. Notiunea de algoritm.

Ca și alte noțiuni matematice și noțiunea de algoritm se caracterizează printr-o largă generalitate. Această caracteristică a împiedicat elaborarea unei definiții matematice riguroase, formulată într-un cadru general, existind chiar opinii de a fi acceptată ca o noțiune primară. În consecință, pentru introducerea conceptului de algoritm se recurge la o prezentare descriptivă, intuitivă, punându-se accent pe caracteristicile fundamentale ale acestuia.

Astfel, prin algoritm se înțelege o mulțime ordonată și finită de reguli care descriu o succesiune finită de operații necesare rezolvării unei probleme.

Așadar, un algoritm transformă cantități date (datele inițiale sau de intrare) în alte cantități (rezultatele finale sau datele de ieșire) în conformitate cu o mulțime dată de reguli, trecând printr-un număr finit de etape intermediare (număr finit de pași). Notînd prin D_i mulțimea datelor de intrare ale unui algoritm A și prin D_e mulțimea datelor de ieșire ale aceluiași algoritm, algoritmul A definește o funcție care pune în corespondență fiecărui element x din D_i un element y din D_e , adică :

$$A : D_i \rightarrow D_e.$$

De exemplu, algoritmul lui Euclid, AE , pentru calculul celui mai mare divizor comun a două numere întregi z_1 și z_2 , nu ambele nule, asociază perechii (z_1, z_2) numărul întreg d egal cu cel mai mare divizor comun al numerelor z_1 și z_2 . Deci $AE : Z \times Z \rightarrow Z$.

De asemenea, notînd prin A_2 algoritmul de calcul al rădăcinilor unei ecuații de grad efectiv doi:

$$"ax^2 + bx + c = 0"$$

a, b, c fiind numere reale cu $a \neq 0$, A_2 asociază fiecărui triplet (a, b, c) rădăcinile x_1 și x_2 ale ecuației date, adică perechea (x_1, x_2) de numere reale sau complexe, după cum discriminantul ecuației este ≥ 0 , respectiv < 0 . Așadar avem:

$$A_2 : R \times R \times R \rightarrow C \times C.$$

Subliniem încă odată că orice algoritm se încheie după un număr finit de pași, caracterul de finititudine constituind una dintre proprietățile esențiale ale unui algoritm. Alte caracte-

ristici fundamentale ale unui algoritm sînt: **uniyocitatea** - fiecare operație (succesiunea de operații) este în mod unic definită de rezultatele **parțiale obținute prin operațiile anterioare** și **generalitatea** - algoritmul rezolvă o problemă pentru orice element al mulțimii datelor de intrare corespunzătoare, nu numai pentru anumite date de intrare particulare.

Noțiunea de algoritm ocupă un loc central în informatică. Intr-adevăr, rezolvarea la calculator a oricărei probleme, indiferent de natura ei, presupune algoritimizarea prealabilă a acesteia, adică elaborarea unui algoritm care rezolvă problema respectivă, determină în mod efectiv soluția problemei.

Un rol important îl are latura algoritmică asupra înțelegerii problemelor de matematică. Calculul algoritmic forțează precizia gândirii, algoritimizarea unei metode matematice presupune detalierea tuturor etapelor ei, urmărirea pas cu pas a fiecăreia dintre aceste etape, deci o adîncă pătrundere a întregii metode.

2.2. Descrierea algoritmilor.

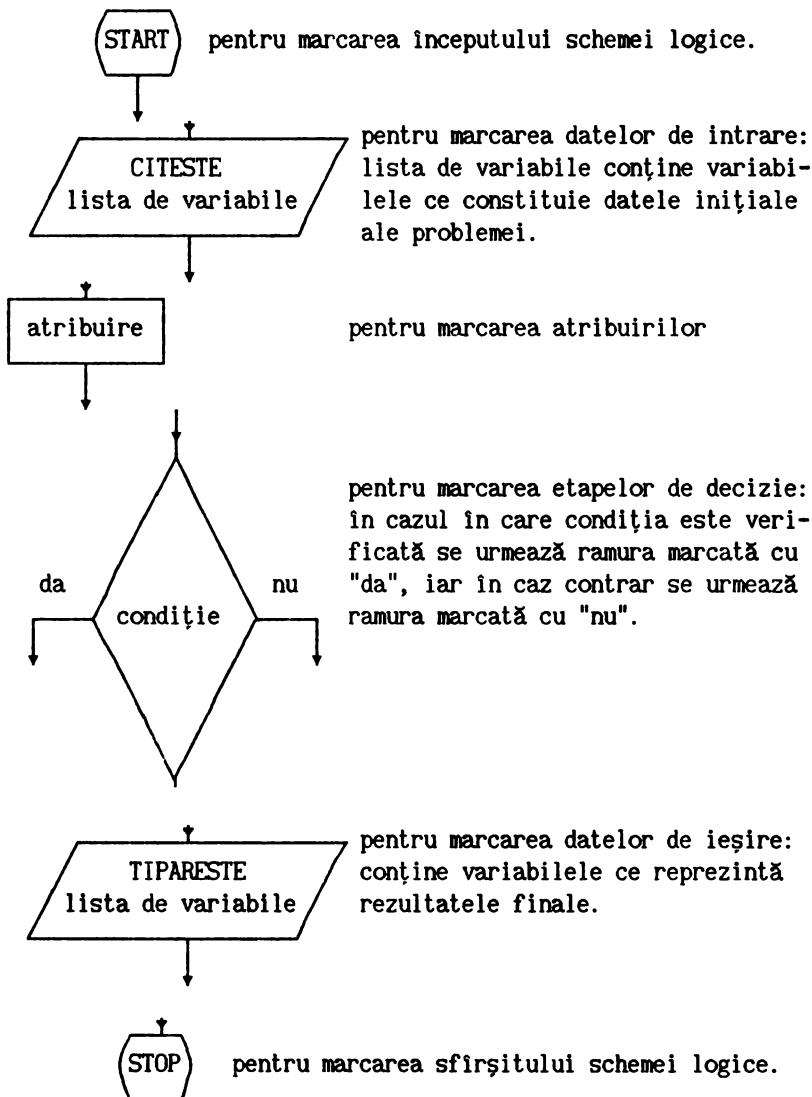
Odată cu elaborarea unui algoritm, acesta trebuie prezentat sub o formă cit mai precisă și clară, pentru a putea fi transpus, în continuare, sub forma unui program acceptat de calculator. Această operație constituie activitatea de descriere a algoritmilor.

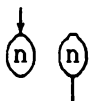
Avînd în vedere scopul propus, considerăm potrivit să folosim pentru descrierea algoritmilor un pseudolimbaj și limbajul schemelor logice. Primul folosește simboluri și propoziții din matematică și se bucură de o largă accesibilitate, iar al doilea - deja cu mare grad de familiaritate - se caracterizează prin expresivitate.

Atît în pseudolimbaj cit și în limbajul schemelor logice se va folosi, pe lingă simbolurile matematice uzuale și simbolul de atribuire ":", a cărui semnificație constă în a atribui variabilei din partea stîngă valoarea expresiei din partea dreaptă. De exemplu, $x:=10$ înseamnă că x primește valoarea 10, iar $i:=i+1$ reprezintă mărirea valorii variabilei "i" cu o unitate. Se obișnuiește să se spună că lui x i se atribuie valoarea 10 respectiv lui i i se atribuie $i+1$.

Schema logică poate fi interpretată ca o reprezentare grafică a algoritmului, formată din blocuri și segmente (arce) orientate, blocurile marcînd operațiile ce trebuie efectuate, iar ar-

cele indică relația de succesiune a operațiilor. Blocurile folosite de limbajul schemelor logice sînt de următoarele tipuri: bloc de calcul, bloc de decizie, bloc de intrare/ieșire, bloc delimitator, etc. Pentru marcarea acestor blocuri convenim să folosim următoarele simboluri:





pentru racordarea unei scheme logice: se folosește, de obicei, în cazul în care o schemă logică se scrie pe mai multe pagini.

2.3. Exemple.

În continuare vom da mai multe exemple de algoritmi descriși în cele două limbaaje considerate.

Spre deosebire de simbolurile matematice obișnuite se va folosi simbolul "*" pentru marcarea operației de înmulțire și simbolul "↑" pentru indicarea operației de ridicare la putere, simboluri care vor fi folosite și în capitolele următoare.

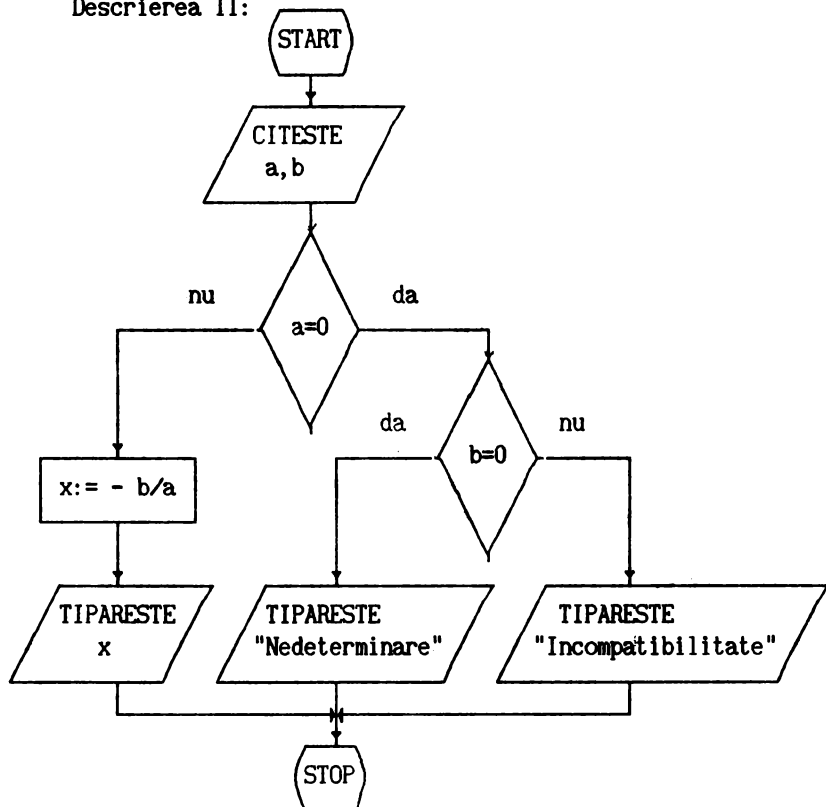
E1. Se consideră ecuația $a \cdot x + b = 0$, a și b fiind numere reale. Să se descrie un algoritm pentru rezolvarea ecuației considerate.

Rezolvare. În funcție de valorile lui a și b , ecuația poate avea soluție unică, poate fi nedeterminată sau incompatibilă și anume: dacă $a \neq 0$ atunci soluția este unică ($x = -b/a$), dacă $a=0$ și $b = 0$ ecuația este nedeterminată iar dacă $a=0$ și $b \neq 0$ ecuația este incompatibilă. Avem:

Descrierea I:

1. Date inițiale: a, b - numere reale;
- 2.1. Dacă $a \neq 0$ atunci $x := -b/a$ și se trece la 3.1.
- 2.2. Dacă $a = 0$ atunci
 - Dacă $b = 0$ atunci se trece la 3.2.
 - altfel se trece la 3.3.
3. Rezultate :
 - 3.1. Numărul x ;
 - 3.2. Mesajul "Nedeterminare";
 - 3.3. Mesajul "Incompatibilitate";

Descrierea II:



- E2. Să se descrie un algoritm pentru rezolvarea sistemului:
- $$\begin{aligned} a \cdot x + b \cdot y &= c \\ d \cdot x + e \cdot y &= f \end{aligned}$$
- unde a, b, c, d, e, f sînt numere reale.

Rezolvare. Se știe că sistemul poate fi compatibil determinat, compatibil nedeterminat sau incompatibil, în funcție de valorile coeficienților și anume:

- dacă $a/d \neq b/e$ deci $a \cdot e - b \cdot d \neq 0$ atunci sistemul are soluția unică:

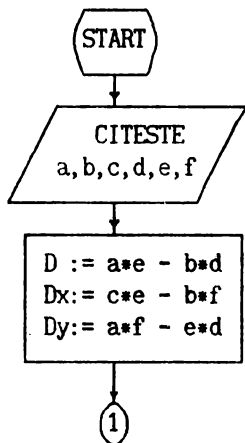
$$x = \frac{c \cdot e - b \cdot f}{a \cdot e - b \cdot d}, \quad y = \frac{a \cdot f - c \cdot d}{a \cdot e - b \cdot d}.$$

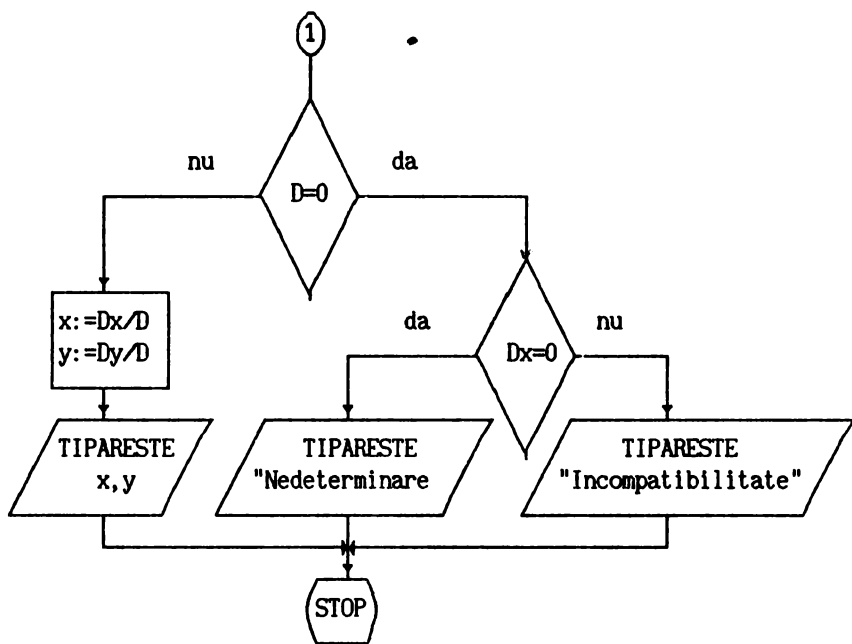
- dacă $a*e - b*d = 0$ și $a*f - c*d = 0$ (cînd vom avea și $c*e - b*f = 0$) sistemul este compatibil nedeterminat. Într-adevăr, avem $a/d = b/e = c/f$, deci sistemul se reduce la o singură ecuație;
- dacă $a*e - b*d = 0$ și $a*f - c*d \neq 0$ ($c*e - b*f \neq 0$) atunci sistemul este incompatibil.

Descrierea I:

1. Date inițiale: a, b, c, d, e, f - numere reale .
- 2.1 $D := a*e - b*d$, $Dx := c*e - b*f$, $Dy := a*f - c*d$;
- 2.2 Dacă $D \neq 0$ atunci $x := Dx/D$, $y := Dy/D$ și se trece la 3.1.
- 2.3 Dacă $D = 0$ atunci
 - Dacă $Dx \neq 0$ ($Dy \neq 0$) atunci se trece la 3.2.
 - altfel se trece la 3.3.
3. Rezultate:
 - 3.1. x,y;
 - 3.2. Mesajul "Nedeterminare";
 - 3.3. Mesajul "Incompatibilitate";

Descrierea II:





E3 | Se consideră ecuația de grad efectiv doi, cu coeficienți reali:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, \quad a \neq 0.$$

Să se descrie un algoritm pentru rezolvarea ecuației date.

Rezolvare. Convenim să notăm prin x_1, x_2 soluțiile reale și diferite ale ecuației, prin x soluția ei dublă, iar prin $Re x$ și $Im x$ partea reală respectiv partea imaginară a soluțiilor complexe. Natura soluțiilor este dată de valoarea D a discriminantului ecuației, $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$, astfel:

- dacă $D > 0$ ecuația are soluții reale și distincte:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}.$$

- dacă $D = 0$ soluțiile sînt reale și egale, deci soluția dublă este $x = -b/(2*a)$;

- dacă $D < 0$ soluțiile sînt complexe conjugate cu:

$$\text{Rex} = -\frac{b}{2 * a}, \quad \text{Imx} = \frac{\sqrt{-D}}{2 * a} .$$

Descrierea I:

1. Date inițiale: a, b, c - numere reale;

2.1. $D := b^2 - 4*a*c$;

2.2. Dacă $D > 0$ atunci

$$x1 := (-b - \sqrt{D}) / (2*a);$$

$$x2 := (-b + \sqrt{D}) / (2*a);$$

și se trece la 3.1.

2.3. Dacă $D = 0$ atunci $x := -b/(2*a)$ și se trece la 3.2.

altfel ($D < 0$) $\text{Rex} = -b/(2*a)$;

$$\text{Imx} = \sqrt{-D} / (2*a)$$

și se trece la 3.3.

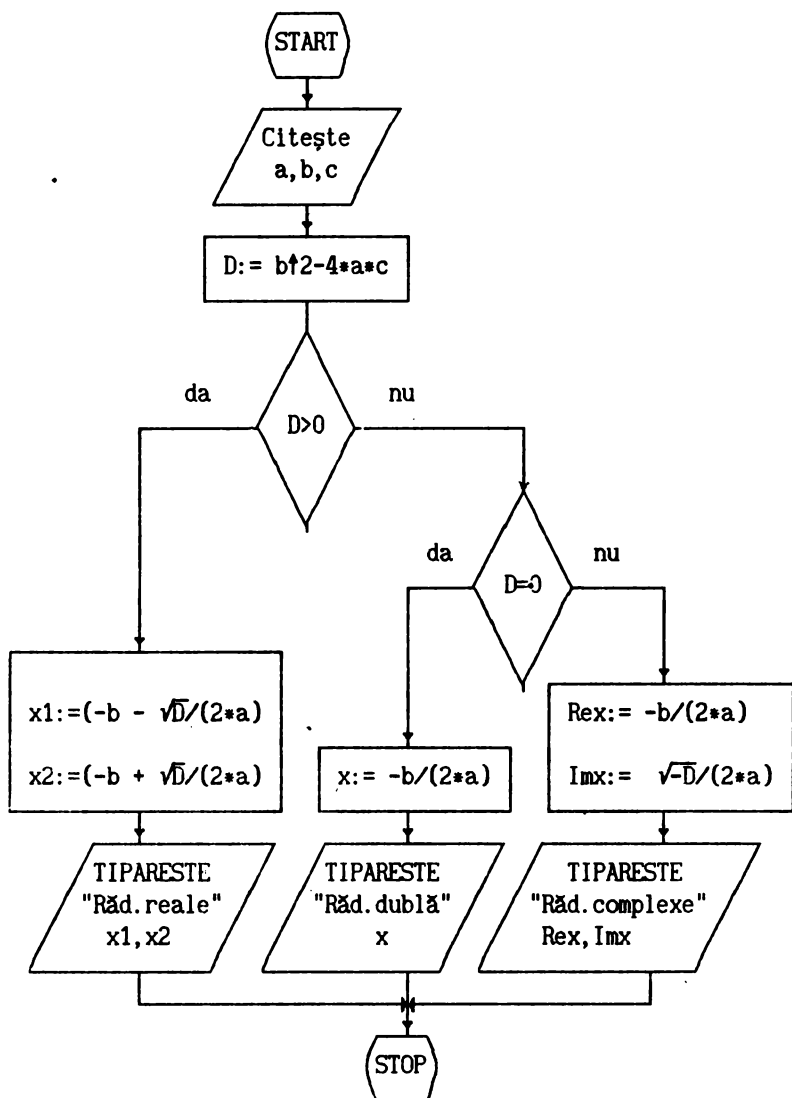
3. Rezultate:

3.1. "Rădăcini reale și distincte": x1, x2;

3.2. "Rădăcina dublă": x;

3.3. "Rădăcini complexe": Rex, Imx;

Descrierea II:



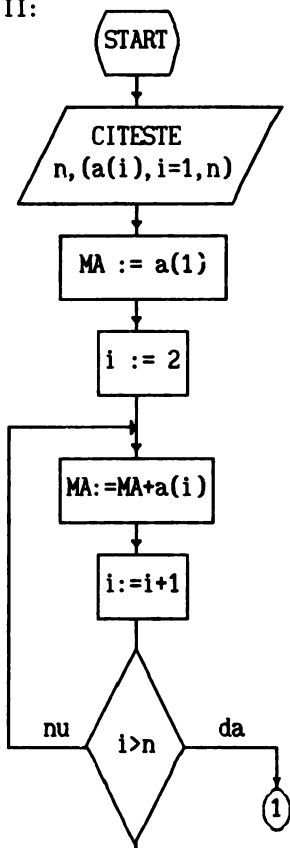
- E4. | Fie n un număr natural, $n > 1$ și $a(1), \dots, a(n)$ numere reale. Să se descrie un algoritm pentru calculul mediei aritmetice a numerelor $a(1), \dots, a(n)$.

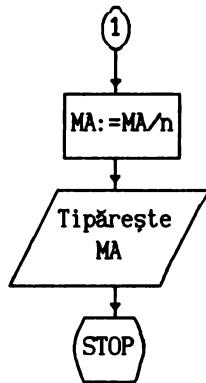
Rezolvare. Fie MA media cerută; $MA = (a(1) + \dots + a(n))/n$. Folosind proprietatea de asociativitate a operației de adunare, calculul sumei se poate efectua în modul următor; $MA := a(1)$, $MA := MA + a(2), \dots, MA := MA + a(n)$ sau $MA := a(1)$, $MA := MA + a(i), i = 2, \dots, n$.
 Observație: Pe viitor convenim să notăm prin $(a(i), i = 1, n)$ elementele $a(1), \dots, a(n)$.

Descrierea I:

1. Date inițiale: n -număr natural;
 $(a(i), i = 1, n)$ -numere reale;
- 2.1. $MA := a(1)$;
- 2.2. Pentru $i = 2, n$ execută $MA := MA + a(i)$;
- 2.3. $MA := MA/n$;
3. Rezultate: MA ;

Descrierea II:





E5. Fie n un număr natural diferit de zero. Să se descrie un algoritm pentru determinarea tuturor divizorilor lui n .

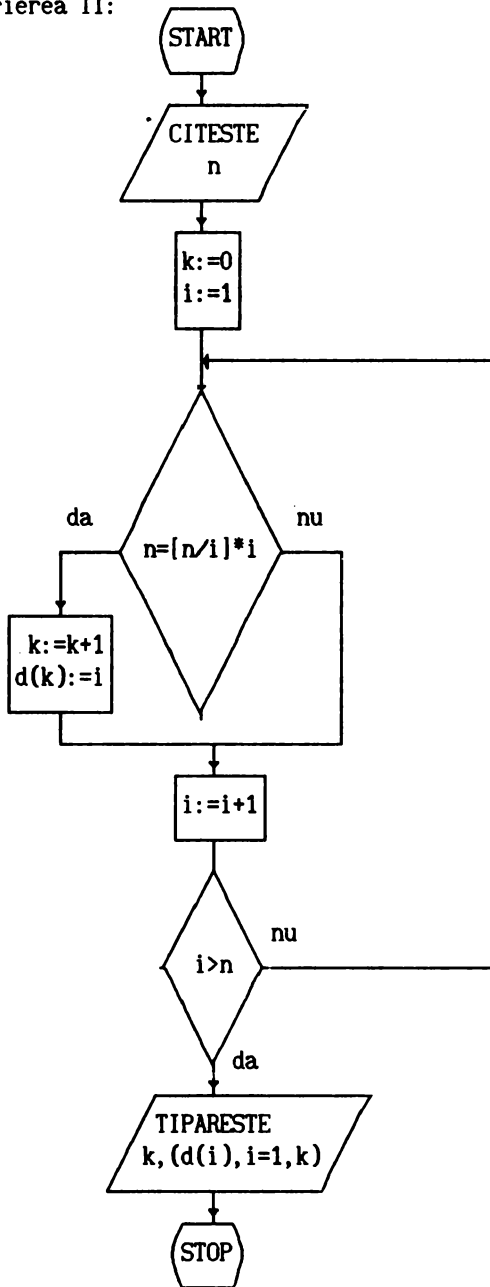
Rezolvare. Se selectează dintre numerele $1, 2, \dots, n$ cele care divid pe n . Printre divizorii apar, pentru orice $n > 1$, divizorii improprii 1 și n . Să notăm prin k numărul divizorilor și prin $(d(i), i=1, k)$ acești divizori.

Descrierea I:

1. Date inițiale: n - număr natural;
- 2.1. $k := 0$
- 2.2. Pentru $i = 1, n$ execută
 Dacă $n = [n/i] \cdot i$ atunci $k := k+1, d(k) := i$;
3. Rezultate: $k, (d(i), i=1, k)$.

Observatie. $[x]$ este partea întreagă a lui x din \mathbb{R} .

Descrierea II:



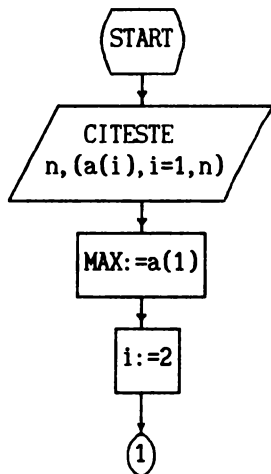
- E6. Fie n un număr natural și $(a(i), i=1, n)$ numere reale. Să se descrie un algoritm pentru calculul maximului acestor numere.

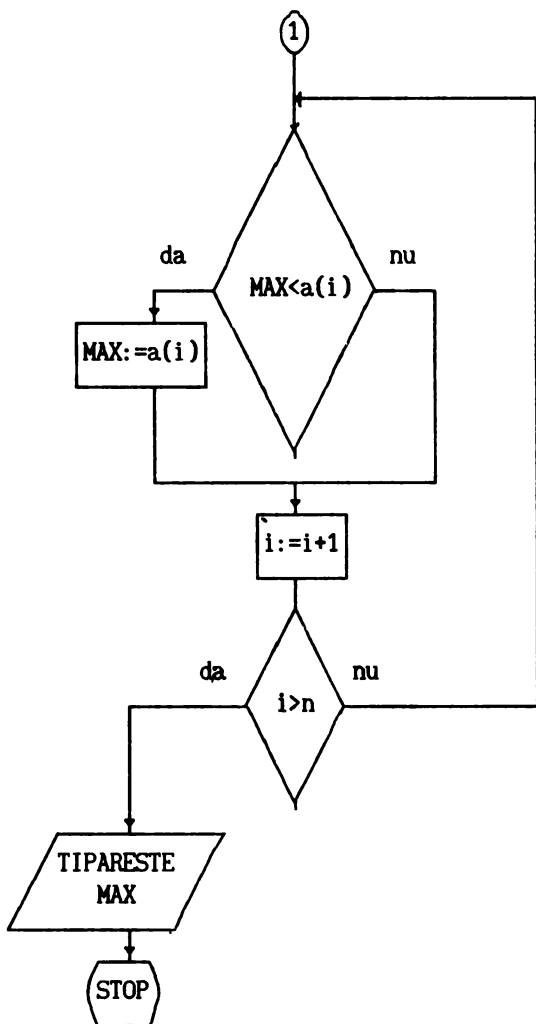
Rezolvare. Un algoritm de determinare a maximului este dat în continuare. Vom nota prin Max valoarea maximă căutată. Se ia Max egal cu primul număr. Se examinează pe rând celelalte numere, comparându-le cu Max . Dacă $Max < a(i)$ atunci valoarea lui Max nu este cea bună, $a(i)$ fiind mai mare; în consecința lui Max i se va da valoarea $a(i)$. Numărul reținut în final este maximul numerelor date.

Descrierea I:

1. Date inițiale: n -număr natural,
 $(a(i), i=1, n)$ -numere reale;
- 2.1. $MAX := a(1)$;
- 2.2. Pentru $i=2, n$ execută
Dacă $MAX < a(i)$ atunci $MAX := a(i)$;
3. Rezultate: MAX .

Descrierea II:





E7. Fie n un număr natural și $(a(i), i=1, n)$ numere reale. Să se descrie un algoritm pentru ordonarea crescătoare a numerelor date.

Rezolvare. Algoritmul folosit este următorul: se aduce pe prima poziție cel mai mic dintre numerele date. Cu restul numerelor se procedează la fel până când se epuizează toate numerele considerate.

Descrierea I:

1. Date inițiale: n -număr natural,
 $(a(i), i=1, n)$ - numere reale;
2. Pentru $i=1, n-1$ execută:
Pentru $j=i+1, n$ execută:
Dacă $a(i) > a(j)$ atunci $b := a(i)$, $a(i) := a(j)$, $a(j) := b$;
3. Rezultate: $(a(i), i=1, n)$.

Descrierea II: Schema logică se află pe pagina următoare.

E8. Fie m, n - numere naturale, $A = \{a(1), \dots, a(m)\}$ și $B = \{b(1), \dots, b(n)\}$ mulțimi de numere reale. Să se descrie un algoritm pentru determinarea intersecției celor două mulțimi: $C = A \cap B$.

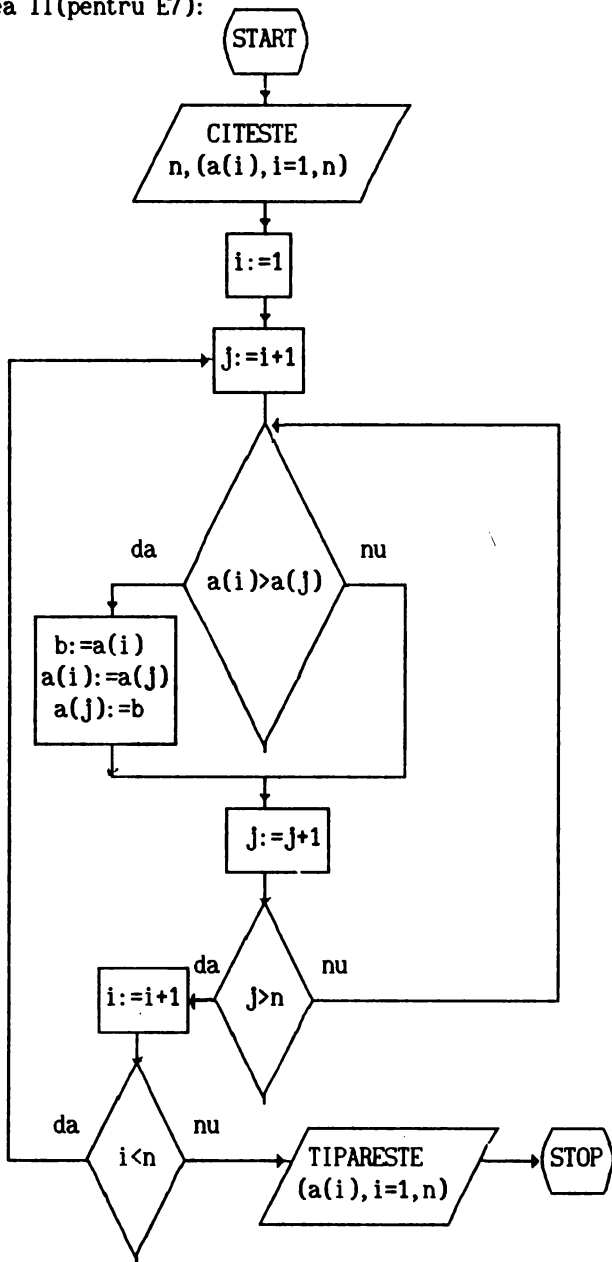
Rezolvare. Se ia elementul $a(1)$ al mulțimii A și se testează dacă el aparține mulțimii B (dacă există în B vreun element egal cu $a(1)$). În caz afirmativ $a(1)$ aparține lui C și se reține (se notează prin $c(1)$). În mod analog se procedează cu celelalte elemente din A , reținându-se elementele comune.

Observație. Aici s-a presupus că A și B sînt mulțimi, deci toate elementele $a(1), a(2), \dots, a(m)$, respectiv $b(1), b(2), \dots, b(n)$ sînt distincte între ele.

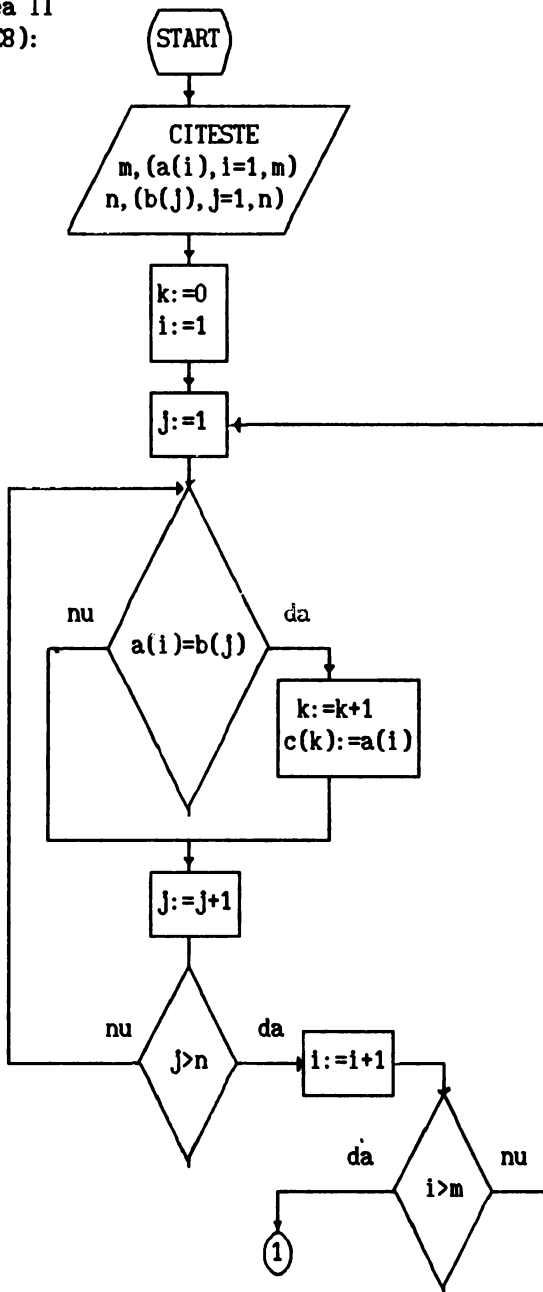
Descrierea I:

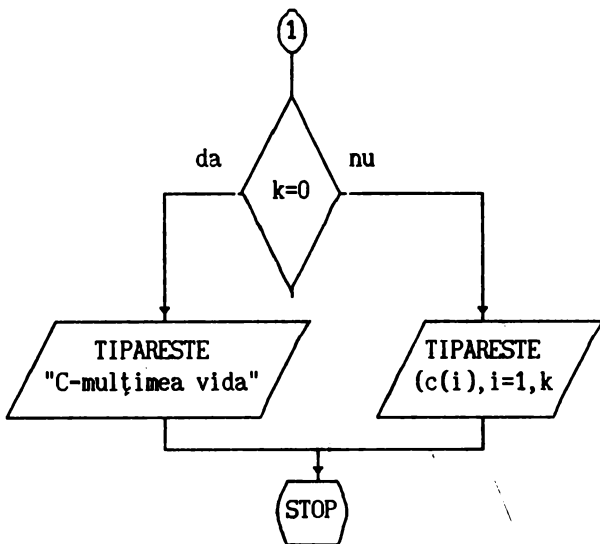
1. Date inițiale: m, n -numere naturale;
 $A = \{a(1), \dots, a(m)\}$, $B = \{b(1), \dots, b(n)\}$ -
cele două mulțimi de numere reale.
- 2.1. $k := 0$;
- 2.2. Pentru $i = 1, m$ execută:
Pentru $j = 1, n$ execută:
Dacă $a(i) = b(j)$ atunci $k := k+1$, $c(k) := a(i)$;
- 2.3. Dacă $k=0$ atunci se trece la 3.1 altfel se trece la 3.2.
3. Rezultate:
3.1. Mesaful "C-multime vida";
3.2. $C = \{c(1), \dots, c(k)\}$;

Descrierea II (pentru E7):



Descrierea II
(pentru E8):





E9. Fie m, n numere naturale și:

$$P = a(0) + a(1)X + \dots + a(m)X^m,$$

$$Q = b(0) + b(1)X + \dots + b(n)X^n$$

polinoame cu coeficienți reali. Să se descrie un algoritm pentru calculul sumei celor două polinoame.

Rezolvare. Fie $r = \max\{m, n\}$ gradul polinomului sumă și $s(0), \dots, s(r)$ coeficienții acestuia. Pentru calculul coeficienților $s(0), \dots, s(r)$ distingem trei cazuri:

- 1) dacă $m=n$ atunci $s(i) = a(i) + b(i)$, $i=0, \dots, r$;
- 2) dacă $m < n$ atunci $s(i) = a(i) + b(i)$, $i=0, \dots, m$ și:
 $s(i) = b(i)$, $i=m+1, \dots, r$;
- 3) dacă $m > n$ atunci $s(i) = a(i) + b(i)$, $i=0, \dots, n$ și:
 $s(i) = a(i)$, $i=n+1, \dots, r$.

Descrierea I:

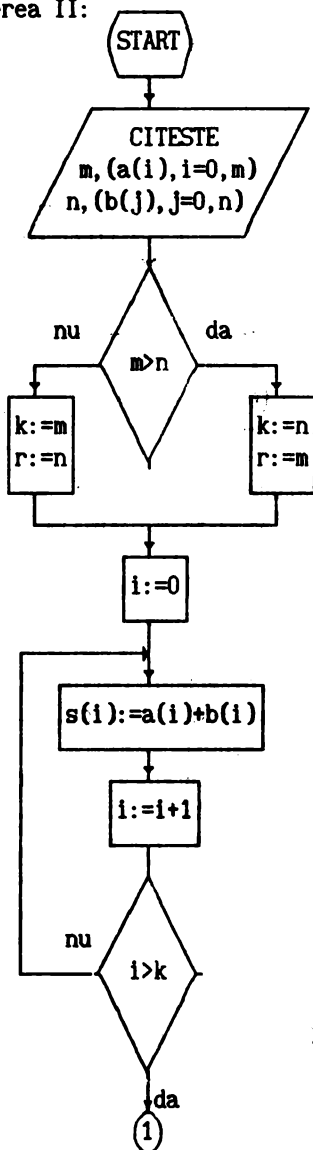
1. Date inițiale: m, n -numere naturale;
 $(a(i), i=0, m)$, $(b(j), j=0, n)$ -numere reale;
- 2.1. Dacă $m < n$ atunci $k:=m$, $r:=n$ altfel $k:=n$, $r:=m$;
- 2.2. Pentru $i=0, k$ execută $s(i):=a(i)+b(i)$;
- 2.3. Dacă $m < n$ atunci
Pentru $i=m+1, r$ execută $s(i):=b(i)$;

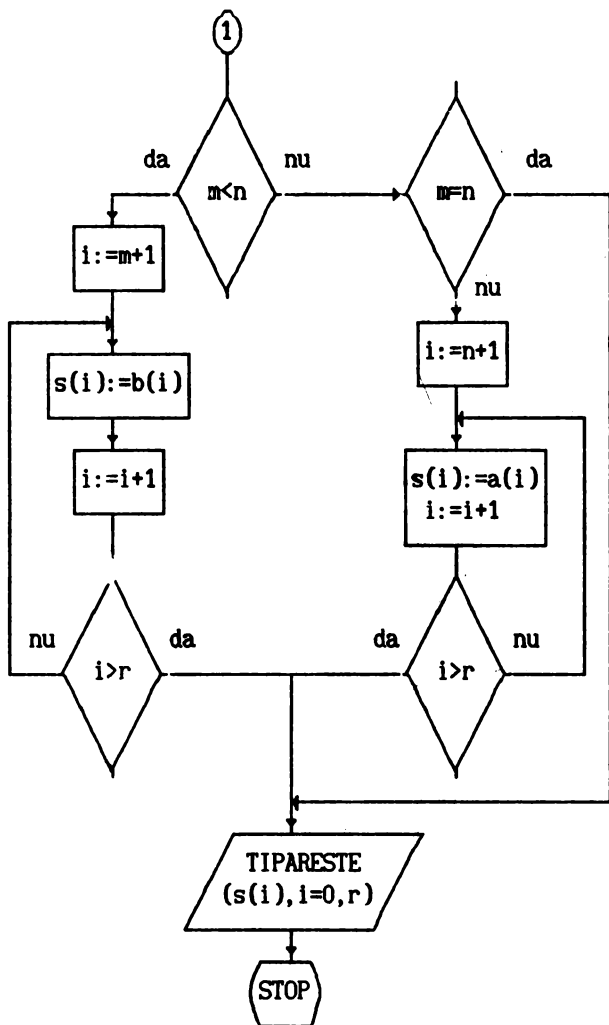
2.4. Dacă $m > n$ atunci

Pentru $i=n+1, r$ execută $s(i) := a(i)$;

3. Rezultate: $(s(i), i=0, r)$;

Descrierea II:





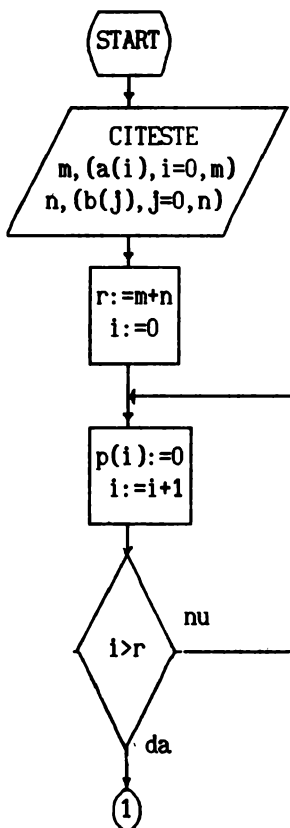
E10. Fie m, n numere naturale și:
 $P = a(0) + a(1) \cdot X + \dots + a(m) \cdot X^m$,
 $Q = b(0) + b(1) \cdot X + \dots + b(n) \cdot X^n$
 polinoame cu coeficienți reali. Să se descrie un
 algoritm pentru calculul produsului celor două
 polinoame.

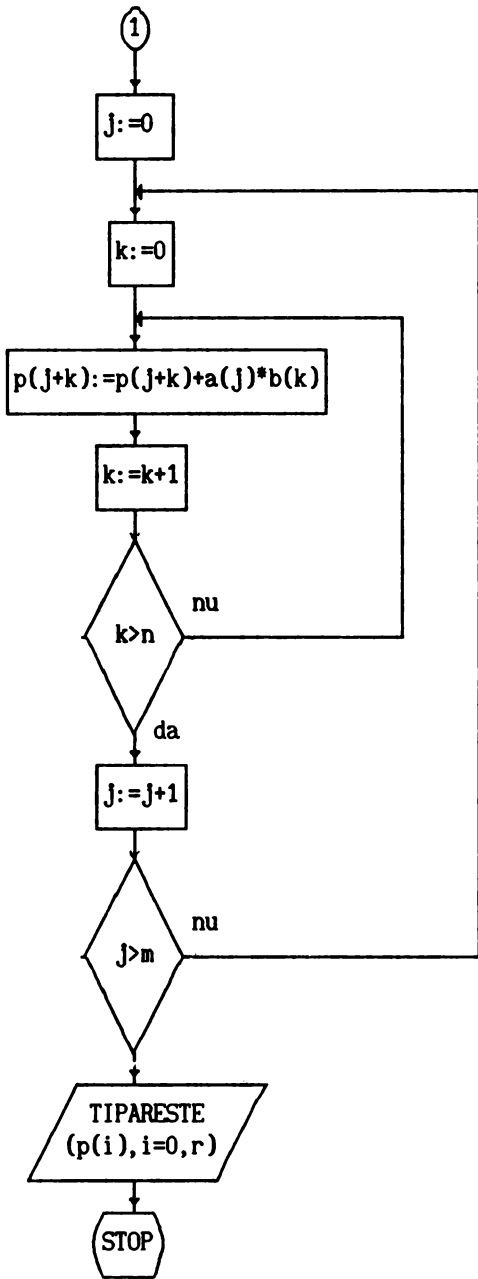
Rezolvare. Fie $r = m+n$ gradul polinomului produs și $p(0), p(1), \dots, p(r)$ coeficienții acestuia. Având în vedere definiția produsului a două polinoame putem scrie următorul algoritm:

Descrierea I:

1. Date inițiale: m, n -numere naturale;
 $(a(i), i=0, m), (b(j), j=0, n)$ -numere reale;
- 2.1. $r := m+n$;
- 2.2. Pentru $i = 0, r$ execută $p(i) := 0$;
- 2.3. Pentru $j = 0, m$ execută
Pentru $k=0, n$ execută $p(j+k) := p(j+k) + a(i) * b(j)$;
3. Rezultate: $(p(i), i=0, r)$;

Descrierea II:





2.4. Limbajul Pseudocod.

În exemplele prezentate în secțiunea precedentă algoritmi au fost descriși prin scheme logice și prin texte (descrierile I). Propozițiile folosite în aceste descrieri nu au fost însă riguros definite, lăsând cititorii să le înțeleagă conform notațiilor folosite în matematică și dându-le posibilitatea să-și imagineze și alte propoziții.

Definim în continuare un limbaj pe care îl vom folosi în exemplele din capitolul IV.

Propozițiile acestui limbaj, numit **Pseudocod**, folosesc cuvinte cheie și construcții fixe pentru a reda "calculule elementare" efectuate de algoritm.

Ordinea în care se execută propozițiile unui algoritm este cea naturală și anume ele vor fi luate în considerare de sus în jos și de la stînga spre dreapta, motiv pentru care nu este nevoie să fie numerotate. Uneori însă propozițiile unui algoritm vor fi numerotate pentru a permite întreruperea execuției secvențiale, deci saltul dintr-un loc al algoritmului în altul.

Propozițiile prezentate în continuare se numesc propoziții standard și semnificația lor va fi explicată prin echivalentul lor în limbajul schemelor logice.

Pentru precizarea datelor inițiale se folosește propoziția standard:

DATE listă

unde "listă" conține toate variabilele a căror valoare inițială este cunoscută. Ea corespunde blocului "CITESTE" dintr-o schemă logică.

Pentru precizarea rezultatelor obținute se folosește propoziția standard:

REZULTATE listă

în "listă" fiind trecute variabilele a căror valoare a fost obținută; ele marchează rezultatele cerute de algoritm. Această propoziție corespunde blocului "TIPARESTE" dintr-o schemă logică. În cazul în care dorim să tipărim doar un mesaj vom folosi propoziția:

TIPARESTE text

Blocului de atribuire dintr-o schemă logică îi corespunde în Pseudocod propoziția standard:

FIE $v :=$ expresie

cuvîntul **FIE** fiind opțional.

Propoziția:

ALGORITMUL nume **ESTE:**

se folosește ca titlu, pentru a da un nume algoritmului descris. Ea joacă rolul blocului **START** dintr-o schemă logică. Prezența ei este facultativă.

În marea majoritate a algoritmilor unele calcule se efectuează numai dacă sînt satisfăcute anumite condiții. Redarea acestor situații se face prin propoziția standard:

DACA c ATUNCI A ALTFEL B SF {DACA}

unde "c" este o condiție, iar A și B sînt succesiuni de propoziții. Ea este echivalentă cu subschema logică din fig.2.4.1.

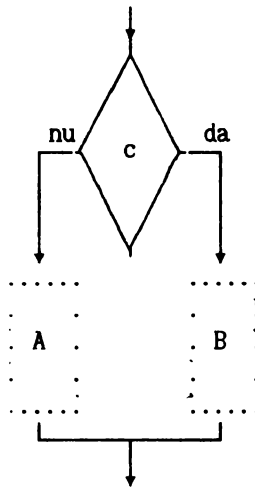


Fig.2.4.1.

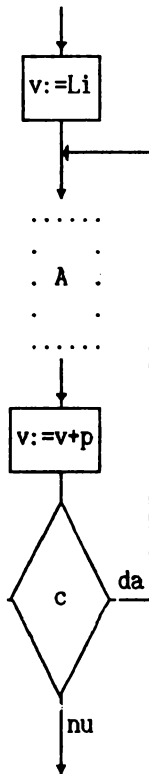


Fig.2.4.2.

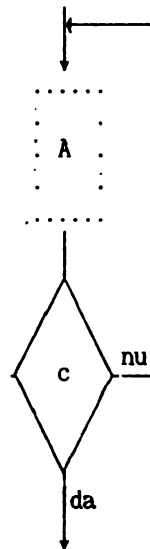


Fig.2.4.3.

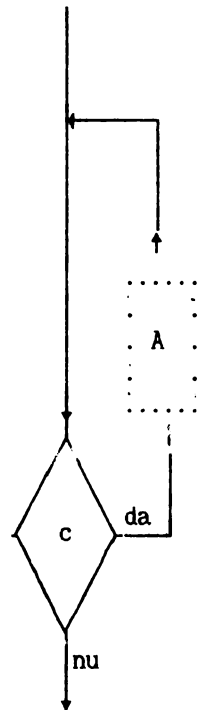


Fig.2.4.4.

În cazul cînd B este vidă se folosește varianta simplificată
DACA c ATUNCI A SF {DACA}

Adesea este nevoie de repetarea unor calcule pentru valori bine precizate ale unei variabile de control. O astfel de repetare se redă prin propoziția standard:

PENTRU $v = Li, Lf$ [,p] **EXECUTA**

A

SF {PENTRU}

care este echivalentă cu subschema logică din fig.2.4.2, unde condiția c este:

$(p > 0 \text{ și } v \leq Lf)$ sau $(p < 0 \text{ și } v \geq Lf)$.

Propoziția:

REPETA A PINA CIND c **SF {REPETA}**

este echivalentă cu subschema din fig. 2.4.3 și cere execuția repetată a succesiunii A până când condiția c devine adevărată.

În sfârșit, propoziția:

CIT TIMP c **EXECUTA A SF {CIT TIMP}**

este echivalentă cu subschema logică din fig.2.4.4.

Pe lângă propozițiile standard prezentate mai sus se pot introduce și alte propoziții, dar semnificația lor trebuie bine precizată.

Exemple de algoritmi descriși în Pseudocod se găsesc în capitolul patru.

3. LIMBAJUL BASIC.

Limbaajul BASIC a fost elaborat de un colectiv de la colegiul Dartmouth (SUA) în anul 1965. Numele limbajului este format din inițialele cuvintelor din următoarea frază: Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code (cod simbolic de instrucțiuni, de scop general, pentru începători).

În continuare vom prezenta instrucțiunile limbajului Basic. Trebuie să menționăm că există două moduri de execuție a instrucțiunilor Basic: imediată și într-un program. La modul de execuție imediată o instrucțiune se execută îndată ce s-a terminat scrierea ei. O astfel de instrucțiune se recunoaște prin faptul că ea nu are număr de linie. Execuția imediată se folosește pentru a efectua uneori calculul unor expresii numerice, dar și pentru a extrage din memorie valorile unor variabile după întreruperea execuției unui program sau în alte scopuri.

Într-un program fiecare linie are (obligatoriu) un număr de linie (de obicei cuprins între 1 și 9999). Dacă, de exemplu, o instrucțiune are numărul de linie 45 și am scris deja instrucțiuni cu numere de linie mai mari, ea va fi plasată automat în program pe locul ei, în ordinea crescătoare a numerelor de linie. Este posibil ca în timpul scrierii unui program să ometem câteva linii, deci este necesar ca între două linii deja scrise să inserăm noi linii. De aceea se recomandă să numerotăm liniile prin multipli ai lui 10.

Menționăm că pe o linie pot fi scrise mai multe instrucțiuni Basic. În acest caz ele vor fi separate prin caracterul ":".

După scrierea completă a unui program acesta poate fi executat la cerere, folosind comanda RUN.

Unele detalii despre instrucțiunile Basic depind de calculatorul folosit. În continuare vom prezenta instrucțiunile limbajului Basic standard, menționând uneori aspectele care depind de calculator.

3.1. Constante și variabile.

În scrierea instrucțiunilor intervin două tipuri de mărimi: constante, care pot fi numerice sau șiruri de caractere și variabile.

Constantele numerice sînt șiruri de cifre, precedate sau nu

de semn (+ sau -), cu sau fără punctul zecimal, care reprezintă numerele întregi sau reale întâlnite în matematică. Constantele numerice se pot exprima:

- în format întreg: 235 ; -39 ; +5238 ;

- în format real: 3.1415 ; -.864; +124.678 (se observă că pentru separarea părții întregi de partea fracționară s-a folosit punctul în loc de virgulă);

- în format exponențial: 234.5E+13 ; .2531E-14. Prin mEe se înțelege numărul obținut prin înmulțirea lui m cu 10 la puterea e . Se poate folosi orice constantă numerică ce aparține intervalului $[1.7E-38, 1.7E+38]$, dar acest interval poate să difere în funcție de calculatorul utilizat.

Constantele sir de caractere sînt șiruri de caractere scrise între ghilimele (""). Exemple: "eroare"; "Nu exista solutie" ; "Universitatea din Cluj-Napoca".

Mărimea a cărei valoare se poate schimba pe parcursul execuției unui program se numește variabilă. Ea se reprezintă printr-un identificator, care este numele variabilei și are rezervat un loc în memoria calculatorului, loc în care se poate depune o singură valoare numerică. Deci variabila are în fiecare moment o singură valoare; ea se mai numește și variabilă simplă.

Identificatorul Basic este format dintr-o literă, sau dintr-o literă urmată de o cifră. Multe calculatoare personale acceptă însă și identificatori de lungime mai mare decît doi. În acest caz un identificator este format din litere și cifre, primul caracter fiind obligatoriu o literă. Sînt acceptate atît litere mari cit și litere mici, dar o literă mică este identică cu cea mare.

Pentru reprezentarea șirurilor de numere sau a matricelor se folosesc tablourile cu unul sau mai mulți indici. Fiecărui tablou i se asociază un identificator ce reprezintă numele tabloului. Toate elementele tabloului au același nume - numele tabloului, dar sînt deosebite între ele prin indici, care pot fi constante, variabile, sau expresii aritmetice. Un element al tabloului se mai numește variabilă cu indici.

3.2. Instrucțiunea DIM.

Pentru fiecare tablou trebuie să rezervăm o zonă de memorie unde se vor depune valorile variabilelor cu indici care formează tabloul. Mărimea acestei zone de memorie trebuie precizată de

programator prin instrucțiunea DIM. Aceasta are sintaxa:

n DIM tablou

unde "tablou" are sintaxa

id (nr {,nr})

Prin {text} se indică faptul că textul dintre acolade se poate repeta ori de câte ori, inclusiv poate să lipsească. În fața instrucțiunii, n reprezintă numărul liniei. Exemplu:

22 DIM A(20,12)

Instrucțiunea DIM are ca efect rezervarea unei zone de memorie formată din $(n1+1)*(n2+1)*...*(nk+1)$ locații pentru un tablou care are sintaxa id(n1, n2, ... , nk). Pe timpul execuției programului valoarea primului indice trebuie să fie cuprinsă între 0 și n1, ... , valoarea indicelui de rang k - între 0 și nk. Unele calculatoare (de exemplu HC-85) nu acceptă indice egal cu 0, deci și mărimea zonei alocate tabloului diferă. Există variante ale limbajului Basic care acceptă mai multe declarații într-o instrucțiune DIM. Un tablou unidimensional (cu un singur indice) se mai numește vector, iar unul bidimensional, matrice.

3.3. Funcții Basic.

Pentru calculul valorii unor funcții programatorul are posibilitatea să și le definească, așa cum se va arăta mai târziu. Există însă funcții definite deja, pe care le poate utiliza direct, respectind regulile de folosire a acestora. Aceste funcții definite implicit sînt:

ABS(X) pentru a calcula $|X|$;
SGN(X) pentru a calcula $\text{signum}(X)$ (semnul lui X);
INT(X) pentru a calcula $[X]$ (partea întreagă a lui X) ;
COS(X) pentru a calcula $\cos(X)$ } pentru X în radiani
SIN(X) pentru a calcula $\sin(X)$ }
TAN(X) pentru a calcula $\text{tg}(X)$ }
ATN(X) pentru a calcula $\text{arctg}(X)$, rezultatul în radiani;
SQR(X) pentru a calcula radical din X, pentru $X \geq 0$;
EXP(X) pentru a calcula e la puterea X;
LOG(X) pentru a calcula $\ln X$ cînd $X > 0$.

3.4. Comentarii.

Pentru orice program este indicat să se precizeze, sub formă de comentariu, cel puțin problema pe care o rezolvă. În acest scop se folosește instrucțiunea **REM** (de la **REMark**) care nu este luată în considerare de calculator, fiind la dispoziția programatorilor pentru a plasa comentarii în anumite locuri din program. Ea are forma:

n **REM** *comentariu*

n fiind numărul de linie. Pe lângă problema pe care o rezolvă programul respectiv, este bine ca să se specifice variabilele folosite și semnificația lor.

3.5. Expresii aritmetice. Instrucțiunea de atribuire.

Instrucțiunea de atribuire are forma:

n **LET** $v = \text{expresie}$

unde v este numele unei variabile (cu sau fără indici), iar *expresie* este o expresie aritmetică.

O expresie aritmetică corespunde unei expresii algebrice din matematică dacă este scrisă după regulile limbajului Basic. Astfel, toți indicii trebuie scriși în același rând cu variabila indexată, din care cauză ei vor fi scriși între paranteze. Ordinea de efectuare a celor patru operații este cea din matematică, iar pentru a preciza o altă ordine se folosesc parantezele, așa cum se obișnuiește. Cele patru operații cunoscute se notează în Basic prin $+$, $-$, $*$, respectiv $/$. Există și operația de ridicare la putere, cea mai prioritară, notată prin semnul \uparrow folosită pentru a calcula valoarea funcției putere " a la puterea x ", pentru a pozitiv. Unele calculatoare admit și a negativ cind a^x are sens.

De exemplu, prin $A(i, j+1)$ se notează elementul matricei A din linia i coloana $j+1$. Prin $W(2*i-1)$ se notează componenta vectorului W cu indicele $2*i-1$. Cu aceste elemente putem construi expresia aritmetică: $A(i, j+1) * SIN(W(2*i-1))$.

Instrucțiunea de atribuire are ca efect calculul expresiei din partea dreaptă a semnelui egal și atribuirea valorii obținute variabilei v . Deci variabila v va primi (pe locul din memoria

calculatorului rezervat acestei variabile) valoarea obținută din calculul expresiei; vechea valoare a variabilei v , dacă v a avut o valoare, dispăre.

3.6. Instrucțiuni de intrare/iesire.

Pentru extragerea rezultatelor din memoria calculatorului se folosește instrucțiunea PRINT, care are sintaxa:

n PRINT *listaprint*

unde "*listaprint*" este formată din elemente permise separate între ele prin separatorii "," sau ";". Elementele permise în *listaprint* sînt variabilele (simple sau cu indici) și constantele (numerice, sau de tip șir de caractere pentru tipărirea unor mesaje). Prin instrucțiunea PRINT se cere extragerea din memorie a valorilor variabilelor prezente în *listaprint* și tipărirea lor pe ecran, în timp ce mesajul "text" format din textul scris între ghilimele este tipărit nemodificat. O linie pe ecran se împarte în două zone de obicei cu lungimea de 14 caractere/zonă). Tipărirea se continuă pe același rînd fără nici un spațiu dacă separatorul folosit în fața elementului este ";" și se face în zona următoare dacă separatorul folosit este ",".

Elementele din *listaprint* mai pot fi și expresii aritmetice. În cazul cînd o expresie aritmetică apare în *listaprint*, se cere să se calculeze valoarea acestei expresii și să se tipărească valoarea calculată. Valoarea calculată nu este însă păstrată în memorie.

Așa cum s-a arătat, pentru extragerea rezultatelor sau a unor rezultate intermediare din memoria calculatorului se folosește instrucțiunea PRINT. Este însă necesară și introducerea datelor inițiale ale problemei în memoria calculatorului. În acest scop se folosește instrucțiunea INPUT care are următoarea sintaxă

n INPUT *listainput*

unde *listainput* este o listă asemănătoare cu *listaprint*, dar cu semnificație diferită. Elementele permise în *listainput* sînt constante și sir de caractere și variabile cu sau fără indici. Si în acest caz mesajele scrise între ghilimele, prezente în *listainput*, vor fi tipărite pe ecran, dar pentru fiecare variabilă prezentă

in listă, în timpul execuției programului calculatorul așteaptă o valoare numerică, valoare care este introdusă în locația de memorie alocată variabilei în cauză. Tocmai pentru a semnaliza care este această variabilă se folosesc mesajele din *listainput*. Exemple se pot vedea în programele care urmează.

Observatie. Dacă în *listainput* o variabilă apare între paranteze, valoarea ei nu se citește ci se tipărește.

3.7. Instrucțiunile STOP și END.

Instrucțiunea STOP oprește temporar execuția programului. Execuția unui program poate fi reluată din punctul în care a fost întrerupt cu ajutorul unei comenzi CONTINUE. Unele implementări Basic folosesc instrucțiunea END pentru a marca sfârșitul programului, altele nu au această instrucțiune și programul avansează până cînd epuizează toate instrucțiunile.

Ca exemplu, cu instrucțiunile prezentate mai sus vom scrie un program care calculează SIN 5 și numerele $1+\text{sqr}(6)$ și $\text{sqr}(2)+\text{sqr}(5)$. Programul este următorul:

```
10 REM se tipărește valoarea SIN 5
11 REM și două numere reale, sume de radicali
12 REM
20 LET X =3.141592653/36
30 LET Y=SIN(X)
40 PRINT "SIN(";X;")=";Y
50 LET S1 = 1 + SQR(6)
60 LET S2 = SQR(2) + SQR(5)
60 PRINT "S1="; S1, "S2="; S2
70 STOP
```

3.8. Instrucțiuni de control: GOTO și IF.

Expresii logice.

Intr-un program instrucțiunile se execută secvențial în ordinea crescătoare a numerelor de linie. Pentru a permite și o altă ordine de execuție se folosesc instrucțiunile de control GOTO și IF.

Instrucțiunea GOTO are sintaxa:

```
n GOTO n1
```


și cere continuarea necondiționată a execuției programului de la linia n1.

Instrucțiunea **IF** are sintaxa:

n IF exp.logica THEN instructiune [ELSE instructiune]

și cere mai întâi calculul valorii expresiei logice scrisă între cuvintele **IF** și **THEN**. Dacă expresia este adevărată atunci se execută instrucțiunea scrisă după cuvântul **THEN**, altfel, dacă **ELSE** lipsește, se va executa instrucțiunea următoare (cu numărul de linie imediat superior lui n). Prin scrierea între paranteze drepte a construcției **ELSE** s-a indicat faptul că această construcție nu este obligatorie în instrucțiune. Dacă însă ea apare, atunci se execută instrucțiunea care urmează după **ELSE** în cazul că expresia logică are valoarea de fals. Nu toate calculatoarele personale acceptă construcția **ELSE**. Majoritatea variantelor Basic acceptă mai multe instrucțiuni atât pe ramura **THEN** cit și pe ramura **ELSE**, instrucțiuni care sînt despărțite prin ":".

Printr-o expresie logică înțelegem fie un singur operand logic, fie operanzi logici legați între ei prin operatorii logici binari **AND** (conjunția) și **OR** (disjunția).

Prin operand logic înțelegem fie o expresie relațională, fie o expresie logică închisă între paranteze, fie negația unei expresii logice, deci construcția:

NOT (expresie logica)

Expresia relațională este o construcție de forma:

ea1 relatie ea2

unde *ea1* și *ea2* sînt expresii aritmetice, iar *relatie* este unul dintre următorii operatori de relație: "=" (egal), "<" (mai mic), "<=" (mai mic sau egal), ">" (mai mare), ">=" (mai mare sau egal) și "<>" (neegal), Pentru a evalua o expresie relațională se calculează mai întâi valorile *v1* și *v2* ale expresiilor *ea1*, respectiv *ea2*. Dacă între *v1* și *v2* există relația scrisă între cele două expresii atunci expresia relațională ia valoarea de adevăr, în caz contrar pe cea de fals.

Pentru a evalua o expresie logică, se evaluează mai întâi operanzii logici, apoi se efectuează operațiile logice **AND** și după aceea operațiile logice **OR**.

3.9. Programul 1: EUCLID.

Folosind instrucțiunile descrise până aici putem scrie un program care calculează cel mai mare divizor comun d a două numere n_1 și n_2 folosind algoritmul lui Euclid, descris mai jos în Pseudocod.

1. Algoritmul lui Euclid este:
2. Date n_1, n_2
3. Fie $d := n_1$; $i := n_2$
4. Cit timp $i \neq 0$ execută $q := [d/i]$
 $r := d - q*i$
 $d := i$
 $i := r$

sf {cit}
5. Rezultate d .

Programul Basic este dat în continuare:

```
1  REM      Programul 1: EUCLID
2  REM      *****
10  REM      Algoritmul lui Euclid
11  REM      Datele problemei:
12  REM      n1, n2 - numere întregi
13  REM      Rezultatele obținute:
14  REM      d= (n1,n2)
15  REM      *****
16  REM
20  INPUT "n1=";n1
25  INPUT "n2=";n2
40  LET d=n1:   LET i=n2
50  IF i=0 THEN GOTO 100
60      LET q = INT(d/i)
65      LET r = d - q*i
70      LET d = i
80      LET i = r
90  GOTO 50
100 PRINT "Cel mai mare div.comun"
110 PRINT "    al numerelor"
120 PRINT "n1="; n1 ; " n2="; n2
130 PRINT "este d="; d
140 STOP
```

3.10. Instrucțiunea FOR.

Pentru a programa repetarea unor calcule de mai multe ori se folosește instrucțiunea FOR. Ea poate fi utilizată numai împreună cu o instrucțiune NEXT. Sintaxa acestor instrucțiuni și modul în care ele pot apare într-un program Basic sint:

```
n1  FOR contor = li TO lf [ STEP p ]
n2  . . .      }      A
     . . .      }
n3  NEXT contor
```

unde $n1 < n2 < n3$. Aici *contor* este o variabilă simplă al cărei identificator este format dintr-o singură literă, iar *li*, *lf* și *p* sint expresii aritmetice. Construcția *STEP p* este opțională. În cazul cînd lipsește se consideră implicit $p = 1$.

Semnificația grupului de instrucțiuni scris mai sus, deci și a instrucțiunii FOR, este echivalentă cu propoziția Pseudocod:

Pentru *contor = li, lf [,p]* executa *A sf* {pentru}

Deci se atribuie variabilei *contor* valoarea expresiei *li*. Dacă este verificată condiția:

$$(lf - contor) * p \geq 0 \quad (3.1)$$

atunci se execută grupul de instrucțiuni notat prin *A*. Instrucțiunea NEXT din linia *n3* cere modificarea variabilei *contor*, căreia i se adaugă pasul *p*. Dacă noua valoare a variabilei *contor* verifică condiția (3.1) atunci se execută din nou grupul de instrucțiuni *A* începînd de la linia *n2*; în caz contrar se trece la linia următoare instrucțiunii NEXT.

În scrierea programelor se recomandă folosirea spațiilor libere pentru a separa diferite construcții sintactice și a mări claritatea scrierii. De aceea spațiul nu are valoare sintactică și poate fi folosit în acest scop.

3.11. Programul 2: PROGRESIE.

Ca exemplu, vom scrie în continuare un program Basic care tipărește primii *n* termeni ai unei progresii aritmetice cu rația *r* și primul termen egal cu *a*. În program vom nota prin variabila *t* un termen curent din progresia aritmetică, cel care urmează a fi tipărit.

Algoritmul de rezolvare:

a. Variabile de intrare:

a - primul termen al progresiei;

r - rația progresiei;

n - numărul termenilor ce trebuie tipăriți.

b. Variabile de ieșire:

t - ia ca valori termenii progresiei aritmetice.

c. Variabile de lucru:

i - variabilă de ciclare.

d. Algoritmul propriu-zis:

Algoritmul PROGRESIE este:

Date a, r, n;

Fie $t := a$;

Pentru $i = 1, n$ execută

 Tipărește "T(i)="; t

 Fie $t := t+r$

sf {pentru}

Programul Basic:

```
1  REM   Programul 2: PROGRESIE
2  REM   *****
10 REM   Progresie aritmetica
11 REM   cu ratia r si primul
12 REM   termen a. Se tiparesc
13 REM   primii n termeni.
14 REM   *****
15 REM   *****
16 REM
20 INPUT "Ratia="; r
30 INPUT "Primul termen="; a
40 INPUT "Numarul termenilor="; n
50 LET  t = a
60 FOR i = 1 TO n
70     PRINT "T(" ; i ; ")=" ; t
80     LET  t = t + r
90 NEXT i
100 STOP
```

3.12. Programul 3: HORNER.

În continuare vom da un alt exemplu de program, care calculează citul și restul din împărțirea polinomului:

$$P(1)*X^n + \dots + P(n)*X + P(n+1)$$

la $(X-a)$, folosind schema lui Horner.

Algoritmul de rezolvare:

a. Variabile de intrare:

n - gradul polinomului;

(P(i), i=1,n+1) - vectorul coeficienților;

a - număr real.

b. Variabile de ieșire:

(Q(i), i=1,n) - vectorul coeficienților citului;

Q(n+1) - restul împărțirii (egal cu P(a)).

c. Variabile de lucru:

n1=n+1 - numărul coeficienților polinomului P;

i - variabilă de ciclare.

d. Algoritmul propriu-zis:

Algoritmul HORNER este:

Date n, (P(i), i=1,n+1), a ;

Fie Q(1)=P(1); n1 := n+1

Pentru i=2,n1 execută Q(i) := a * Q(i-1) + P(i) sf {pentru}

Rezultate (Q(i), i=1,n), Q(n1)

Programul Basic:

```
1  REM  Programul 3: HORNER
2  REM  *****
10  REM  Schema lui Horner
12  REM  *****
13  REM
20  INPUT "Gradul polinomului="; n
22  LET n1=n+1:
30  DIM P(n1):  DIM Q(n1)
40  FOR i = 1 TO n1
50      PRINT "P("; i ; ")=" ;
60      INPUT P(i)
65      PRINT P(i)
70  NEXT i
80  INPUT "a=" ; a
```

```

90 LET Q(1) = P(1)
100 FOR i = 2 TO n1
110     LET Q(i) = a * Q(i-1) + P(i)
120 NEXT i
130 PRINT "Coeficientii citului:"
132 PRINT "din impartirea lui"
134 PRINT "P(X) la X-a sint:"
136 PRINT
140 FOR i = 1 TO n
150     PRINT "Q(" ; i ; ")=" ; Q(i)
160 NEXT i
165 PRINT
170 PRINT "Restul impartirii=" ; Q(n1)
180 STOP

```

Pentru execuția programului se dă comanda **RUN**, la care calculatorul execută instrucțiunile în ordinea întîlnirii lor. Pe viitor la cele mai multe programe vom prezenta ceea ce apare pe ecran ca rezultat al execuției programului respectiv.

Menționăm că informația subliniată se dă de către programator, restul informației fiind afișată de calculator. Uneori se dau și comentarii ale autorilor, ele fiind închise în paranteze drepte.

Rezultatul execuției:

Gradul polinomului=3

P(1)=1

P(2)=1

P(3)=1

P(4)=11

a=-1

[S-a terminat introducerea datelor.

În urma execuției, pe ecran apare:]

P(1)=1

P(2)=1

P(3)=1

P(4)=11

a=-1

Coeficientii citului
din impartirea lui
P(X) la X-a sint

Q(1)=1
Q(2)=0
Q(3)=1

Restul impartirii=10

3.13. Subprograme Basic.

În programarea unor probleme mai complicate este posibil ca același subalgoritm să fie folosit de mai multe ori (în locuri diferite ale programului). Este de dorit ca acest subalgoritm să fie programat o singură dată, dar să fie folosit ori de câte ori dorim acest lucru. Putem practica o asemenea programare folosind noțiunea de **subprogram**.

Un subprogram Basic are forma:

```
n1  prima instrucțiune  }  
    . . .                } A = corpul subprogramului  
    . . .                }  
n2  RETURN
```

și este apelat prin instrucțiunea:

```
n  GOSUB n1
```

Instrucțiunea GOSUB n1 provoacă un salt la instrucțiunea cu eticheta n1, analog cu cel provocat prin instrucțiunea GOTO n1. Diferența constă în faptul că GOSUB cere în plus memorarea numărului de linie a instrucțiunii care urmează după ea (imediat superior lui n). După execuția corpului A al subprogramului, la prima întâlnire a instrucțiunii RETURN, se revine la instrucțiunea cu numărul de linie memorat, deci la prima instrucțiune care urmează după GOSUB. Menționăm că în Basic subprogramele nu pot avea parametri formali.

Pe lângă funcțiile implicit definite programatorul își poate defini propriile funcții folosind instrucțiunea DEF. Ea are sintaxa:

n DEF FNF (lista) = expresie

unde lista este lista variabilelor simple de care depinde funcția definită, iar expresie precizează calculele care trebuie făcute pentru a obține valoarea funcției. Numele funcției definite este FNF, unde f este o literă aleasă de programator. O funcție este apelată direct prin scrierea într-o expresie aritmetică a numelui funcției FNF, urmat între paranteze de expresii aritmetice care indică valorile fiecărei variabile.

3.14. Programul 4: POLINOM.

Ca exemplu de folosire a instrucțiunilor GOSUB și DEF vom scrie un program care calculează valorile a două polinoame P și R folosind schema lui Horner ca subalgoritm. Coeficienții celor două polinoame sînt:

$$P(i) = F(2^i+1), \quad R(i) = F(i^i+i+1), \quad i=1,2,\dots,n,$$

unde F este o funcție dată. Programul este următorul:

```
1  REM Programul 4: POLINOM
2  REM *****
10  REM Valoarea a doua poli-
11  REM noame P(X) si Q(X)
12  REM pentru X dat
13  REM *****
14  REM
20  DEF FNF (t) = EXP (-t/2) * t - SIN (t)
30  INPUT "Gradul polinomului=" ; n
40  INPUT "Valoarea lui x:" ; x
45  LET n1=n+1
50  DIM P(n1)
60  FOR i = 1 TO n1
70      LET P(i) = FNF (2^i+1)
80  NEXT i
90  GOSUB 200
100 PRINT "P(" ; x ; ")=" ; v
106 REM
110 REM Al doilea polinom este
111 REM notat tot prin P
112 REM intrucit asa se cere in
```



```

113 REM subprogram
120 FOR i = 1 TO n1
130 LET P(i) = FNF (i*i+i+1)
140 NEXT i
150 GOSUB 200
160 PRINT "R(" ; x ; ")=" ; v
170 STOP
198 REM
199 REM *****
200 REM Subprogram care calculeaza
201 REM v = P(x)
202 REM bazat pe schema lui Horner
203 REM Se foloseste variabila de lucru j
204 REM *****
210 LET v = P (1)
220 FOR j = 2 TO n1
230 LET v = v * x + P (j)
240 NEXT j
250 RETURN

```

Rezultatul executiei:

Gradul polinomului=3

Valoarea lui x=5

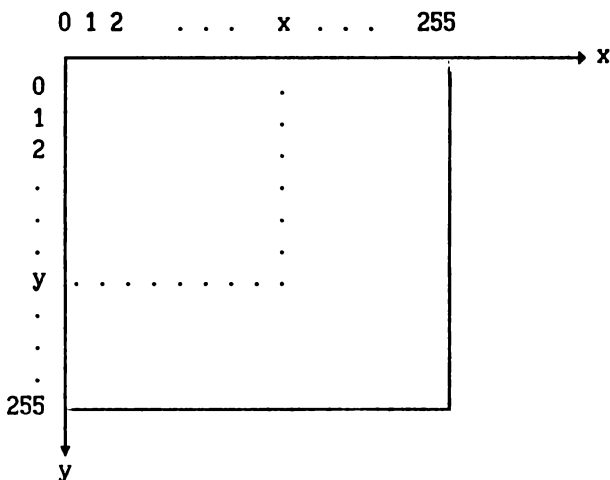
P(5)=350

R(5)=110.25127

3.15. Instructiuni grafice in Basic.

Avind in vedere diferentele mari ce exista in utilizarea functiilor grafice ale diverselor calculatoare, vom indica in continuare instructiunile BASIC pentru cele doua calculatoare mai des intilnite la noi, sau cele compatibile cu ele.

3.15.1. BASIC PRAE. Pentru acest limbaj, ecranul calculatorului este impartit in 256 linii (numerotate de la 0 la 255) si 256 coloane (numerotate tot de la 0 la 255). De aici deducem ca ecranul este format din $256 \cdot 256 = 65536$ puncte. Precizarea acestor puncte se face cu ajutorul coordonatelor (x,y), unde x si y au valori din multimea $\{0,1,\dots,255\}$. Coordonatele diferitelor puncte de pe ecran se deduc din figura urmatoare:



Se observă că punctul de coordonate (0,0) se află în colțul din stînga și sus al ecranului.

Pentru a putea trasa diferite grafice pe ecranul calculatorului, limbajul oferă următoarele șase instrucțiuni:

1. **PLOT X,Y** - pentru a desena pe ecran punctul de coordonate (X,Y);
2. **PLOT C X,Y** - pentru a șterge de pe ecran punctul de coordonate (X,Y);
3. **DRAW X,Y** - pentru a desena un segment de dreaptă ce unește ultimul punct desenat pe ecran (cu **PLOT** sau **DRAW**) cu punctul de coordonate (X,Y);
4. **DRAW C X,Y** - pentru a șterge un segment de dreapta ce unește ultimul punct șters de pe ecran cu punctul de coordonate (X,Y);
5. **CIRCLE X,Y,R** - pentru a desena un cerc cu centrul în punctul de coordonate (X,Y) și raza egală cu R;
6. **CIRCLE C X,Y,R** - pentru a șterge cercul de rază R ce are centrul în punctul de coordonate (X,Y).

În aceste instrucțiuni, X,Y și R pot fi: constante, variabile sau expresii aritmetice. După evaluare, ele se trunchiază la valoarea întreagă. Dacă în execuția oricăreia din aceste instrucțiuni se ajunge la un punct ce nu aparține ecranului, atunci se afișează mesajul **ILLEGAL FUNCTION** și execuția instrucțiunii se termină.

Ecranul calculatorului poate avea două culori: albă sau nea-

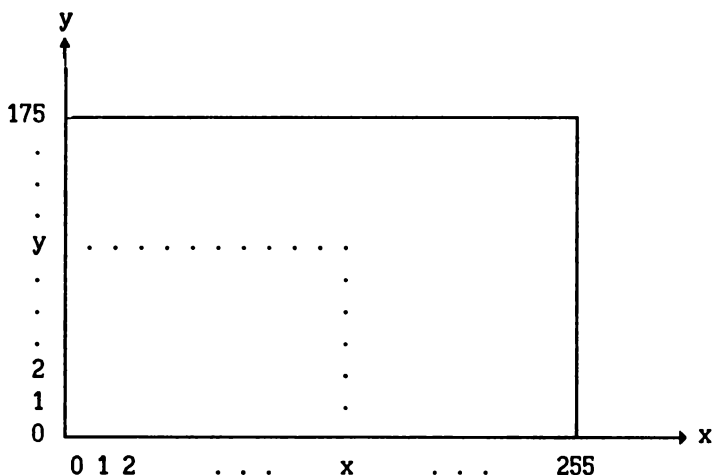
gră. Caracterele sau graficele ce apar pe ecran vor avea culoarea opusă fondului ecranului (dacă ecranul are culoarea albă, atunci caracterele sau graficele vor avea culoarea neagră și invers). Fondul ecranului se stabilește cu instrucțiunea **SWITCH V**. Dacă valoarea lui V este 1 atunci în continuare ecranul va avea culoarea neagră, iar dacă $V=0$ atunci ecranul va fi alb. Cu funcția

SWITCH se stabilește fondul ecranului pentru instrucțiunile ce se vor executa în continuare. Cu instrucțiunea **CLS** se poate șterge ecranul, după care fondul ecranului va avea culoare albă sau neagră și anume culoarea stabilită ultima dată.

Un exemplu de utilizare a acestor instrucțiuni se dă în paragraful 3.16.

3.15.2. BASIC HC. Acest limbaj consideră ecranul calculatorului format din 176 linii (numerotate de la 0 la 175) și 256 coloane (numerotate de la 0 la 255). Sub cele 176 linii grafice mai există 2 linii de caractere (din cele 24 linii posibile) unde se pot afișa mesaje, valori, sau de unde se pot cere date pentru diferite variabile.

Coordonatele punctelor de pe ecran sînt precizate în figura următoare:



Instrucțiunile grafice oferite de acest limbaj sint:

1. **PLOT X,Y** - pentru a desena pe ecran punctul de coordonate (X,Y);
2. **DRAW X,Y** - dacă ultimul punct desenat are coordonatele (A,B), atunci instrucțiunea unește acest punct cu punctul de coordonate (A+X,B+Y) printr-un segment de dreaptă;
3. **CIRCLE X,Y,R** - pentru desenarea unui cerc cu centrul în punctul de coordonate (X,Y) și rază R;
4. **DRAW X,Y,M** - dacă ultimul punct desenat pe ecran are coordonatele (A,B), atunci instrucțiunea unește acest punct cu punctul de coordonate (A+X,B+Y) printr-un arc de cerc ce are ca măsură valoarea absolută a variabilei M. Raza cercului depinde de valorile X, Y, M, A și B, iar sensul de unire a celor două puncte depinde de semnul lui M.

Valorile din aceste instrucțiuni pot fi: constante, variabile sau expresii aritmetice, care după evaluare se trunchiază la valoarea întreagă. Dacă în execuția acestor instrucțiuni se ajunge la un punct ce nu aparține ecranului, atunci se termină execuția și apare mesajul "Integer out of range".

Ecranul calculatorului poate avea 8 culori, numerotate de la 0 la 7 (0-negru, 1-albastru, 2-roșu, 3-purpuriu, 4-verde, 5-albastru deschis, 6-galben, 7-alb). Fondul ecranului se stabilește cu instrucțiunea:

PAPER N

iar caracterele sau graficele ce apar pe ecran vor avea culoarea (cerneala) stabilită cu instrucțiunea:

INK N

Marginea ecranului se stabilește cu instrucțiunea:

BORDER N

În aceste trei instrucțiuni *N* trebuie să se evalueze la o valoare din mulțimea $\{0,1,\dots,7\}$.

Într-o zonă ecran pe care în mod obișnuit se afișează un ca-

racter (o zonă de 8*8 puncte în mod grafic) putem avea o singură culoare pentru fondul ecranului și o singură culoare pentru caracterele sau graficele ce apar. Instrucțiunile PAPER și INK stabilesc culorile pentru instrucțiunile ce se vor executa în continuare.

Ecranul calculatorului se poate șterge cu instrucțiunea CLS.

Pentru controlul tipăririi de caractere sau desenării de grafice, se pot folosi și următoarele funcții:

FLASH V - pentru a realiza o pîlpire a ceea ce se tipărește (o inversare periodică a culorii cernelii cu a ecranului). Cu $V=1$ se activează pîlpirea, iar cu $V=0$ se dezactivează;

INVERSE 1 - pentru a inversa culoarea ecranului cu cea a cernelii;

OVER 1 - pentru a se face o supratipărire: noile informații apar peste cele existente deja pe ecran.

Funcția OVER se folosește și pentru a face ștergerea diferitelor grafice de pe ecran, dacă se utilizează în cadrul celor patru funcții de desenare date mai sus. Astfel, funcția:

PLOT OVER 1;X,Y

realizează o ștergere de pe ecran a punctului de coordonate (X,Y) dacă el era deja desenat, sau desenează acest punct dacă el nu era desenat. Pentru ștergerea unui segment de dreaptă deja desenat se poate folosi:

DRAW OVER 1;X,Y

Segmentul trebuie șters în același sens în care a fost desenat. Funcția OVER poate fi folosită și cu celelalte două instrucțiuni de desenare precizate mai sus.

Un exemplu de utilizare a acestor instrucțiuni este dat în paragraful 3.17.

3.16. Programul 5: CERC.

Enunțul problemei: Să se deseneze pe ecranul calculatorului un cerc (C) care să se deplaseze de-a lungul altui cerc (C1).

Algoritmul de rezolvare: La un moment dat cele două cercuri se desenează pe ecran în modul indicat pe figura 3.16.1

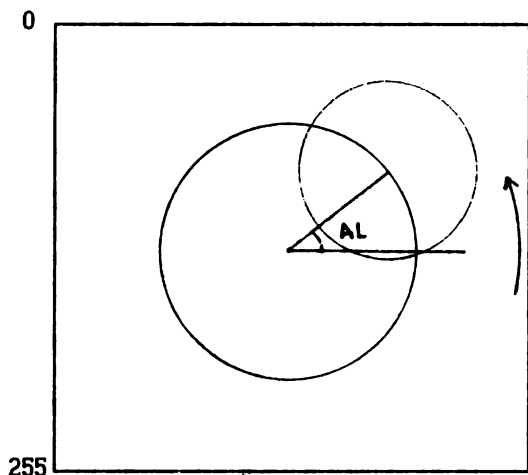


Fig.3.16.1.

Dacă cercul (C1) are centrul de coordonate (A,B) și raza de lungime R1, atunci coordonatele centrului cercului (C), determinat de unghiul AL vor fi egale cu:

$$X=A+R1*\text{COS}(AL),$$

$$Y=B-R1*\text{SIN}(AL).$$

În calculul lui Y s-a luat semnul "-" deoarece valoarea lui Y se micșorează cu valoarea lui $\text{SIN}(AL)$ când ne deplasăm în sensul indicat în figura 3.16.1.

După ce vom parcurge cu (C) în întregime cercul (C1), se va face schimbarea fondului ecranului. Pentru a reda mișcarea cercului (C), înainte de desenarea unui nou cerc (C), deci după mărirea lui AL cu un pas V, vechiul cerc (C) se va șterge de pe ecran. Această operație se efectuează dacă pe ecran el există, deci la momentul inițial (când $AL=0$) ștergerea nu are sens.

a. Variabile de intrare:

N - numărul de rotații pe care le face cercul (C);

V - pasul pentru modificarea unghiului AL;

b. Rezultate: desenul indicat în enunț.

c. Variabile de lucru:

A,B - coordonatele cercului (C1);

R1 - raza cercului (C1);

X,Y - coordonatele cercului (C);

R - raza cercului (C);
 XO,YO - coordonatele ultimului cerc desenat;
 AL - unghiul de rotație;
 K - ia valoarea 0 sau 1, pentru a indica ce culoare va avea ecranul;
 I - variabilă de ciclare.

d. Algoritm propriu - zis:

1. A:=125; B:=130; [mijlocul aproximativ al ecranului va fi centrul cercului (C1)]
 R1:=75; R:=30;
 2. Citește valorile lui N și V;
 3. K:=1; [pentru prima rotație culoarea ecranului va fi neagră]
 4. Pentru I = 1,N execută pașii 4.1-4.3:
 - 4.1. Culoarea ecranului se stabilește după valoarea lui K;
 Șterge ecranul;
 - 4.2. Pentru AL = 0 , 6.283 [egal cu 2*PI] , V execută pașii 4.2.1-4.2.4:
 - 4.2.1. X:=A+R1*COS(AL);
 Y:=B-R1*SIN(AL);
 - 4.2.2. Dacă AL <> 0 atunci șterge cercul cu centrul în (XO,YO) și raza R;
 - 4.2.3. Desenează cercul cu centrul în (X,Y) și raza R;
 - 4.2.4. XO:=X; YO:=Y;
 - sf {pentru}
 - 4.3. K:=1-K; [următoarea rotație se va face cu ecranul de culoare complementară]
5. Sfirșitul algoritmului.

Programul BASIC:

```

1 REM Programul 5: CERC
2 REM *****
3 REM Cu centrul pe cercul de raza R
4 REM si centru (A,B) se deplaseaza
5 REM un cerc de raza R1.
6..REM Programul a fost executat
7 REM la calculatorul PRAE
8 REM*****
9 REM
10 A=125: B=130: R1=75: R=30
  
```

```

20 INPUT "N=";N: INPUT "V=";V
30 K=1
40 FOR I=1 TO N
50 SWITCH K: CLS
60 FOR AL=0 TO 6.283 STEP V
70 X=A+R1*COS(AL): Y=B-R1*SIN(AL)
80 IF AL<>0 THEN CIRCLEC XO,YO,R
90 CIRCLE X,Y,R
100 XO=X: YO=Y
110 NEXT AL
120 K=1-K
130 NEXT I
140 STOP

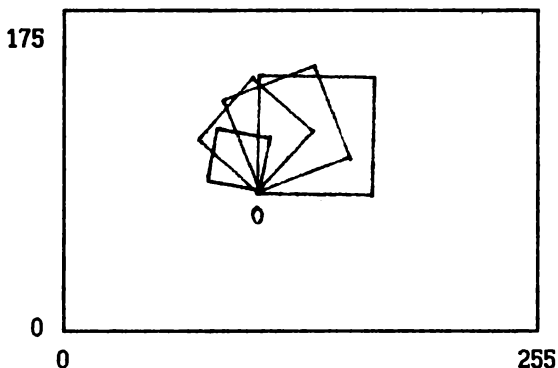
```

Mișcarea este sugerată dacă introducem pentru V o valoare apropiată de 0.2.

3.17. Problema 6: PATRAT.

Enunțul problemei: Să se deseneze pe ecranul calculatorului un șir de pătrate: $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Un pătrat $P(i+1)$ se obține din pătratul anterior $P(i)$ prin modificarea laturii cu o valoare PL și rotația cu un unghi PU în jurul originii axelor de coordonate. Acest ciclu de desenare să se repete de M ori, cu culori diferite ale ecranului și cernelii.

Algoritmul de rezolvare: La un moment dat desenul ar putea arăta ca în figura următoare, dacă pătratul $P(1)$ are un vîrf în originea axelor de coordonate (punctul 0).



Presupunem că pătratul $P(1)$ are virfurile în punctele de coordonate $(A(i), B(i))$, $i=1,4$, deci latura pătratului este egală cu $L=\text{SQR}((A(2)-A(1))^2+(B(2)-B(1))^2)$. Pătratul $P(i)$ se obține atunci din pătratul $P(1)$ prin rotirea lui $P(1)$ cu un unghi de măsura $AL=(i-1)*PU$ și a cărui latură va fi $L_i=L+(i-1)*PL$. Coordonatele $(X(j), Y(j))$ ale celor patru puncte ce formează pătratul $P(i)$ se obțin după relațiile:

$$X(j)=[L_i/L*(A(j)*\text{COS}(AL)-B(j)*\text{SIN}(AL))+0.5],$$

$$Y(j)=[L_i/L*(A(j)*\text{SIN}(AL)+B(j)*\text{COS}(AL))+0.5],$$

deoarece facem și o rotunjire a coordonatelor obținute.

Pentru desenaarea unui pătrat oarecare, ce are virfurile în punctele de coordonate $(X(j), Y(j))$, $j=1,4$, vom considera și punctul de coordonate $(X(5), Y(5))=(X(1), Y(1))$, și desenăm patru segmente de dreaptă, delimitate de punctele:

$$(X(j-1), Y(j-1)) \text{ și } (X(j), Y(j)), \quad j=2,5.$$

Pentru a centra cât mai bine desenele pe ecran, vom plasa originea axelor de coordonate în punctul din centrul ecranului, deci în punctul $(U, V)=(125, 87)$.

a. Variabile de intrare:

$A(i), B(i)$, $i=1,4$ - coordonatele virfurilor primului pătrat;

PL - pasul de modificare a lungimii laturii pentru două pătrate consecutive;

PU - pasul de modificare a unghiului de rotație pentru două pătrate consecutive;

N - numărul de pătrate ce se desenează;

M - numărul de cicluri de desenare;

b. Rezultate: desenul indicat în enunț.

c. Variabile de lucru:

$A(5), B(5)$ - pentru păstrarea coordonatelor primului punct;

$X(j), Y(j)$, $j=1,5$ - coordonatele virfurilor pătratului ce se desenează; aici $(X(5), Y(5)) = (X(1), Y(1))$;

L - lungimea laturii pătratului inițial;

L1 - lungimea laturii pătratului ce se desenează;
 E - culoarea ecranului;
 C - culoarea cernelii;
 (U,V) - poziția pe ecran a originii axelor de coordonate
 I,J,K - variabile de lucru pentru controlul ciclurilor.

d. Algoritmul propriu-zis:

1. Date (A(1),B(1), i=1,4), PL,PU,N,M;
2. $L:=\text{SQR}((A(2)-A(1))^2+(B(2)-B(1))^2)$;
 A(5):=A(1); B(5):=B(1);
 E:=0; C:=4;
 U:=125; V:=87;
3. Pentru i = 1 , M execută pașii 3.1-3.3:
 - 3.1. Stabilește fondul ecranului la culoarea E și cerneala la culoarea C; Șterge ecranul;
 - 3.2. Pentru k = 1, N execută pașii 3.2.1-3.2.5:
 - 3.2.1. $L1:=L+(K-1)*PL$; $AL:=(K-1)*PU$;
 - 3.2.2. Pentru j = 1 , 4 execută
 $X(j):=[L1/L*(A(j)*\text{COS}(AL)-B(j)*\text{SIN}(AL))+0.5]+U$
 $Y(j):=[L1/L*(A(j)*\text{SIN}(AL)+B(j)*\text{COS}(AL))+0.5]+V$
 sf {pentru}
 - 3.2.3. $X(5):=X(1)$; $Y(5):=Y(1)$;
 - 3.2.4. Desenează punctul de coordonate (X(1),Y(1));
 - 3.2.5. Pentru j = 2 , 5 execută
 Desenează segmentul de dreapta ce unește
 punctul anterior desenat cu (X(j),Y(j))
 sf {pentru}
 - 3.3. E:=E+1; dacă E>7 atunci E:=0;
 C:=C+1; dacă C>7 atunci C:=0;
 sf {pentru}

Programul BASIC:

```

1  REM  Problema 6: PATRAT
2  REM  *****
3  REM  deseneaza n patrate
4  REM  *****
5  REM
10 DIM A(5): DIM B(5): DIM X(5): DIM Y(5)

```

```

20 FOR I=1 TO 4
30 PRINT "Coord.punctului nr.";I
40 INPUT "A=";A(I),"B=";B(I)
50 NEXT I
60 INPUT "Pas modif.latura ";PL
70 INPUT "Pas unghi(in grade).";PU
80 LET PU=PI*PU/180
81 REM PU va fi in radiani
90 INPUT "Nr.de patrate ";N
100 INPUT "Nr.de cicluri ";M
110 LET L=SQR((A(2)-A(1))*(A(2)-A(1))+(B(2)-B(1))*(B(2)-B(1)))
120 LET A(5)=A(1): LET B(5)=B(1)
130 LET E=0: LET C=4
140 LET U=125: LET V=87
150 FOR I=1 TO M
160 PAPER E: INK C: CLS`
170 FOR K=1 TO N
180 LET L1=L+(K-1)*PL: LET AL=(K-1)*PU
190 FOR J=1 TO 4
200 LET X(J)=INT(L1/L*(A(J)*COS(AL)-B(J)*SIN(AL))+0.5)+U
210 LET Y(J)=INT(L1/L*(A(J)*SIN(AL)+B(J)*COS(AL))+0.5)+V
220 NEXT J
230 LET X(5)=X(1): LET Y(5)=Y(1)
240 PLOT X(1),Y(1)
250 FOR J=2 TO 5
260 DRAW X(J)-X(J-1),Y(J)-Y(J-1)
270 NEXT J
280 NEXT K
290 LET E=E+1: IF E>7 THEN LET E=0
300 LET C=C+1: IF C>7 THEN LET C=0
310 NEXT I
320 STOP

```

Se obțin desene interesante pentru următoarele date:

(A(1),B(1)) (A(2),B(2)) (A(3),B(3)) (A(4),B(4)) PL PU N M

(0,0)	(60,0)	(60,60)	(0,60)	-2.5	7.5	20	10
(0,0)	(60,0)	(60,60)	(0,60)	-10	0	13	10
(50,-50)	(50,50)	(-50,50)	(-50,-50)	-4	7.5	20	10
(50,-50)	(50,50)	(-50,50)	(-50,-50)	0	7.5	12	10

3.18. Operații asupra șirurilor de caractere.

În limbajul Basic există variabile simple sau indexate de tip șir de caractere. Ele se deosebesc de variabilele numerice prin faptul că identificatorul lor se termină întotdeauna cu caracterul "\$" (dolar).

Tablourile de tip șir de caractere se declară tot prin instrucțiunea DIM. Este necesară rezervarea unei zone de memorie a cărei mărime trebuie cunoscută și anume o locație pentru fiecare variabilă indexată.

Astfel, dacă dorim să păstrăm în calculator numele elevilor unei clase cu cel mult 40 de elevi și fiecare nume are cel mult 20 de caractere, vom avea declarația:

```
DIM N$(40,20)
```

Un exemplu de program în care se folosește această declarație și se fac multe alte operații cu șiruri de caractere se dă în 4.13.

3.19. Alte instrucțiuni Basic.

Există situații când anumite date sînt aceleași la mai multe execuții ale unui program și ar fi neplăcut să le scriem de fiecare dată în vederea introducerii lor în calculator. În aceste situații există posibilitatea scrierii lor deodată cu programul, folosind instrucțiunea DATA.

Instrucțiunea DATA permite crearea unei zone de date dispuse în memoria calculatorului, date care vor fi citite prin instrucțiunea READ. Formatul instrucțiunii este:

```
DATA lista
```

unde "lista" este o listă de constante separate prin virgulă.

Instrucțiunea READ are sintaxa:

```
READ lista
```

unde "lista" conține variabile simple sau indexate, separate prin virgulă. Ea cere atribuirea unei valori fiecărei variabile din listă. Această valoare este constanta care urmează în blocul de date. Rezultă că între constantele

```
c(1), c(2), ... , c(n)
```

aflăte în această ordine în instrucțiunile DATA din program și variabilele

$v(1), v(2), \dots, v(m)$

întilnite (în această ordine) în instrucțiunile READ se stabilește o corespondență. Atribuirea:

$v(i) := c(i)$

va avea loc numai dacă variabila $v(i)$ și constanta $c(i)$ sînt de același tip. Programul se va termina cu eroare în cazul în care $n < m$, eroare ce constă în insuficiența datelor necesare instrucțiunilor READ din program.

Un exemplu de folosire a acestor instrucțiuni se dă în 4.19.

Instrucțiunea RESTORE permite refolosirea unor date introduse în program prin instrucțiunile DATA. Ea are sintaxa:

RESTORE [număr de linie]

și cere ca în timpul execuției programului, la prima citire cu instrucțiunea READ care urmează, datele folosite să fie cele din instrucțiunea DATA cu numărul de linie specificat după cuvîntul RESTORE. În cazul cînd numărul de linie lipsește, se va considera că este vorba de prima instrucțiune DATA din program.

4. ALTE PROGRAME.

Dăm în continuare mai multe exemple de programe Basic executate la calculatorul HC-85, pentru probleme întâlnite în manualele școlare. Fiecare exemplu conține enunțul problemei, urmat de un algoritm de rezolvare a problemei, apoi de programul Basic și de un exemplu de execuție a programului.

În aceste exemple informația subliniată se dă de către utilizator de la tastatura calculatorului. Restul informațiilor date la exemplul de utilizare sînt tipărite de calculator.

4.1. Programul 7 : ECUATIE2.

Enunțul problemei : Să se rezolve ecuația de gradul doi:

$$a x^2 + b x + c = 0$$

Algoritmul de rezolvare:

- a. Variabile de intrare : a, b, c - coeficienții ecuației.
- b. Variabile de ieșire :
 x1, x2 - rădăcinile ecuației dacă sînt reale,
 respectiv partea reală și imaginară a rădăcinilor complexe.
- c. Variabile de lucru : D - discriminantul ecuației;
- d. Algoritmul propriu-zis :

Date a,b,c;

Dacă a=0 atunci tipărește mesaj "Ec. nu este de gradul doi"

Stop

sf {dacă}

```

Dacă  $a \neq 0$  atunci
  Fié  $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ ;
  Dacă  $D < 0$ 
    atunci tipăreşte "D<0;răd.complexe conjugate"
    Fié  $X1 = -b / (2 \cdot a)$ 
    Fié  $X2 = \text{SQR}(-D) / (2 \cdot a)$ 
  altfel dacă  $D = 0$  atunci mesaj "D=0;răd.reale confundate"
    Fié  $X1 = X2 = -b / 2 \cdot a$  ,
    altfel Fié  $X1 = (-b + \text{SQR}(D)) / (2 \cdot a)$ 
    Fié  $X2 = (-b - \text{SQR}(D)) / (2 \cdot a)$ 
    tipăreşte "D>0;răd.reale distincte"
  sf {dacă}
  Rezultate X1, X2
sf {dacă}

```

Programul BASIC:

```

1  REM  Programul 7:ECUATIE2
2  REM  *****
10 REM  REZOLVAREA ECUATIEI
12 REM  DE GRAD II
13 REM  a x2 + b x + c = 0
14 REM  *****
20 PRINT "COEFICIENTII ECUATIEI:"
30 INPUT "a=";a
35 INPUT "b=";b
40 INPUT "c=";c
50 CLS: PRINT
55 PRINT "COEFICIENTII ECUATIEI SINT"
60 PRINT "a=";a
70 PRINT "b=";b
80 PRINT "c=";c
90 IF a=0 THEN GO TO 300
100 LET D=b*b-4*a*c
110 PRINT "VALOAREA DISCRIMINANTULUI ESTE
112 PRINT "    D=";D
120 IF D<0 THEN GO TO 240
130 IF D=0 THEN GO TO 200
140 PRINT:PRINT "D>0 , RADACINI REALE DISTINCTE"
150 LET X1=(-b+SQR D)/(2*a)
160 LET X2=(-b-SQR D)/(2*a)

```

```

170 PRINT:PRINT "X1=";X1
180 PRINT "X2=";X2
190 GO TO 310
200 PRINT:PRINT "D=0, RADACINI REALE CONFUNDATE"
210 LET X1=-b/(2*a): LET X2=X1
230 GO TO 170
240 PRINT:PRINT "D<0, RADACINI COMPLEXE CONJUGATE"
250 LET X1=-b/(2*a)
260 LET X2=SQR(-D)/(2*a)
270 PRINT:PRINT "Partea reala="; X1
280 PRINT "Partea imaginara="; X2
290 GO TO 310
300 PRINT:PRINT "ECUATIA NU ESTE DE GRADUL DOI"
308 REM
310 PRINT:PRINT "DATI ALTE VALORI (1=DA,0=NU)?":
    INPUT N
320 IF N=1 THEN CLS: GO TO 20
330 STOP

```

Exemplu de utilizare:

COEFICIENTII ECUATIEI:

a=?23

b=?3

c=?-13

[se șterge ecranul și urmează:]

COEFICIENTII ECUATIEI SINT

a=23

b=3

c=-13

VALOAREA DISCRIMINANTULUI ESTE

D=1205

D>0,RADACINI REALE DISTINCTE

X1=0.68941543

X2=-0.81985022

DATI ALTE VALORI (1=DA,0=NU)?0

4.2. Programul 8 : COMBI.

Enunțul problemei: Fie n și k două numere întregi pozitive date. Să se calculeze aranjamente și combinații de n elemente luate câte k și permutări de n elemente.

Algoritmul de rezolvare:

a. Variabile de intrare:

n, k - numere naturale

b. Variabile de ieșire:

A - pentru $A(n,k)$;

C - pentru $C(n,k)$;

P - pentru $P(n)$.

c. Variabile de lucru :

$A1$ - pentru valoarea $k!$;

$A2$ - pentru valoarea $n!$;

$A3$ - pentru valoarea $(n-k)!$;

d. Algoritmul propriu-zis:

Date n, k ;

Dacă $n > 33$ atunci tipărește "P(n) prea mare"; Stop sf {dacă}

Dacă $n < 0$ sau $n \neq [n]$ sau $k < 0$ sau $k \neq [k]$

atunci tipărește "valoare imposibilă pt. n(sau k)";

Stop

sf {dacă}

Dacă $n = 0$ atunci tipărește "A,C,P nedefinite";

altfel fie $A2 := \text{FACT}(n)$

dacă $k = 0$ atunci tipărește " $A(n,k) = 1$

$C(n,k) = 1$ "

altfel dacă $k > n$

atunci tipărește "Funcții

nedefinite"

altfel fie $A1 := \text{FACT}(k)$

$A3 := \text{FACT}(n-k)$

$A := A2/A1$

$C := A/A3$

sf {dacă}

sf {dacă}

Fie $P := A2$

Rezultate A, C, P

sf {dacă}

Funcția FACT(n) este:

Fie FACT:= 1;

Dacă $n > 0$ atunci

Pentru $i=1, n$ execută $FACT:=FACT * i$ sf {pentru}
sf {dacă}

Revenire;

Programul BASIC:

```
1  REM Programul 8: COMBI1
2  REM *****
10 REM Analiza combinatorie
11 REM *****
20 PRINT:PRINT "DATELE DE INTRARE"
40 INPUT "n=";n: INPUT "k=";k
50 PRINT: PRINT "n=";n
60 PRINT "k=";k
70 IF n>33 THEN PRINT: PRINT "P(";n;") PŔEA MARE":
    GO TO 290
80 IF n<0 OR k<0 OR n<>INT n OR k<> INT k THEN GO TO 280
90 IF n=0 THEN PRINT:PRINT:
    PRINT "FUNCTIILE A,C si P NEDEFINITE": GO TO 290
99 REM      n!
100 LET R=n
110 GOSUB 380
120 LET A2=F
130 IF k=0 THEN GO TO 320
140 IF k>n THEN PRINT:PRINT:PRINT "k>n - FUNCTII NEDEFINITE":
    GO TO 290
149 REM      k!
150 LET R=k
160 GOSUB 380
170 LET A1=F
179 REM      (n-k)!
180 LET R=n-k
190 GOSUB 380
200 LET A3=F
210 LET A=A2/A3
220 LET C=A2/(A1*A3)
230 PRINT:PRINT:PRINT "A(";n;";";k;")=";A
```

```

240 PRINT:PRINT "C(";n;" , ";k;")=";C
250 LET P=A2
260 PRINT:PRINT "P(";n;")=";P
270 GOTO 290
280 PRINT:PRINT "VALOARE IMPOSIBILA PENTRU n (SAU k)"
288 REM
290 PRINT:PRINT "DATI ALTE VALORI (1=DA,0=NU)?":
    INPUT N
300 IF N=1 THEN CLS:GO TO 20
310 STOP
320 PRINT:PRINT:PRINT "A(";n;" , ";k;")=";1
330 PRINT:PRINT "C(";n;" , ";k;")=";1
370 GO TO 250
377 REM          FACT(R)
378 REM          *****
380 LET F=1
390 FOR L=1 TO R
400 LET F=F*L
410 NEXT L
420 RETURN

```

Exemplu de utilizare:

DATELE DE INTRARE

n=?10

k=?5

A(10,5)=30240

C(10,5)=252

P(10)=3628800

DATI ALTE VALORI (1=DA,0=NU)?0

Pentru $n > 33$ programul COMBII1 nu mai poate fi utilizat intrucit valoarea $n!$ nu poate fi reprezentată în calculator. Chiar și pentru n mai mic decât 33, valoarea $n!$ se reține în calculator aproximativ. Cu toate acestea, valorile $C(n, k)$ și $A(n, k)$ ar putea fi calculate folosind o relație iterativă. Dăm în continuare un program care calculează $C(n, k)$ bazat pe formula:

$$C(n, j) = C(n, j-1) * (n-j+1) / j, \quad j=1, 2, \dots, k.$$

Vom folosi următorul algoritm:

Algoritmul COMBI2 este:

Date n,k;

Dacă $n \notin \mathbb{N}$, sau $k \notin \mathbb{N}$, atunci tipărește "Date greșite"; Stop
sf {dacă}

Dacă $n < k$ atunci tipărește "Funcții nedefinite"

altfel fie $C:=1$;

Pentru $j=1,k$ execută $C:=C*(n-j+1)/j$ sf {pentru}

Tipărește "C(n,k)="; C

sf {dacă}

Programul Basic:

```
1  REM Programul 8B: COMBI2
2  REM *****
10 REM Programul calculeaza
11 REM C(n,k) pentru n,k dati
12 REM *****
20 INPUT "n=";n
30 INPUT "k=";k
40 IF n<0 OR k<0 THEN GOTO 300
50 IF n<> INT(n) THEN GOTO 300
60 IF k<> INT(k) THEN GOTO 300
70 IF n=0 OR k>n THEN GOTO 400
80 LET C=1
90 FOR j=1 TO k
100     LET C=C*(n-j+1)/j
110 NEXT j
120 PRINT "C("; n; ", "; k; ")="; C
130 STOP
300 PRINT "Valori incorecte pentru n sau k"
310 PRINT "n="; n
320 PRINT "k="; k
330 STOP
399 REM
400 PRINT "Functie nedefinita"
410 GOTO 310
```

Exemplu de utilizare:

n=?10

k=?5

C(10,5)=252

În sfârșit, o a treia posibilitate de a calcula $C(n,k)$ se bazează pe relația:

$$C(n,k) = C(n-1,k) + C(n-1,k-1),$$

cu ajutorul căreia se poate construi triunghiul lui Pascal:

```
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
. . . . .
```

Algoritmul de rezolvare:

a. Variabile de intrare:

n și k - numere naturale cu $n \geq k$.

b. Variabile de ieșire:

$N(k+1)$ - ce are valoarea $C(n,k)$ la sfârșitul execuției.

c. Variabile de lucru:

V - Linia veche (existentă) din triunghiul lui Pascal;

N - Linia nouă care se calculează din V;

i, j - indici de ciclare.

d. Algoritmul propriu-zis:

Date n, k;

Pentru $j=2, n+1$ execută $V(j):=0$ sf {pentru}

Fie $V(1):=1$, Fie $N(1):=1$

Pentru $i=2, n-1$ execută

Pentru $j=2, i+1$ execută $N(j):=V(j)+V(j-1)$ sf {pentru}

Pentru $j=2, i+1$ execută $V(j):=N(j)$ sf {pentru}

sf {pentru}

Pentru $j=2, k+1$ execută $N(j):=V(j)+V(j-1)$ sf {pentru}

Rezultate "C(n,k)"; $N(k+1)$

Programul Basic:

```
1 REM Programul 8C: COMBI3
2 REM *****
10 REM Triunghiul lui Pascal
12 REM Se tipareste numai
14 REM C(n,k)
16 REM pentru n,k date
18 REM *****
30 INPUT "n="; n
```

```

40 INPUT "k="; k
44 IF n<2 THEN GOTO 200
45 IF k<0 OR k>n THEN GOTO 200
50 DIM V(n+1): DIM N(n+1)
55 CLS
60 FOR j=2 TO n+1
62     LET V(j)=0
64 NEXT j
66 LET V(1)=1: LET N(1)=1
80 FOR i = 2 TO n-1
85     PRINT AT 2,14;"i=";i
90     FOR j=2 TO i+1
95         LET N(j)=V(j)+V(j-1)
100        NEXT j
110        FOR j=2 TO i+1
115            LET V(j)=N(j)
120        NEXT j
130 NEXT i
140 FOR j=2 TO k+1
145     LET N(j)=V(j)+V(j-1)
150 NEXT j
159 PRINT
160 PRINT "C("; n; " , "; k; " )="; N(k+1)
170 STOP
200 PRINT "Date gresite"
210 PRINT "n=";n; " k=";k
220 GOTO 30

```

Exemplu de utilizare:

n=?10

k=?5

i=2

i=3

[și toate valorile până la]

i=9

C(10 , 5)= 252

4.3. Programul 9: MATRICE.

Enunțul problemei: Se dă un număr $Kod \in \{1, 2\}$ și două matrice A și B . Să se calculeze matricea $C = A \circ B$ unde "o" este operația de adunare dacă $Kod=1$ și înmulțire dacă $Kod=2$.

Algoritmul de rezolvare:

a. Variabile de intrare:

Kod - întreg egal cu 1 sau 2 pentru a indica operația ce se efectuează;

M1 - numărul liniilor matricei A;

N1 - numărul coloanelor matricei A;

M2 - numărul liniilor matricei B;

N2 - numărul coloanelor matricei B;

A, B - matrice de dimensiunile indicate.

b. Variabile de ieșire:

C - o matrice cu M1 linii și N2 coloane.

c. Variabile de lucru:

i, j, k - variabile de ciclare.

d. Algoritmul propriu-zis:

Date Kod, M1, N1, M2, N2, A, B;

Dacă $Kod=1$ atunci

Dacă $M1 \neq N2$ sau $N1 \neq N2$

atunci tipărește "Date gresite"; Stop

altfel

Pentru $i=1, M1$ execută

Pentru $j=1, N1$ execută $c(i, j) := a(i, j) + b(i, j)$

sf {pentru}

sf {pentru}

sf {dacă}

sf {dacă}

Dacă $Kod=2$ atunci

Dacă $N1 \neq N2$ atunci tipărește "Date gresite"; stop

altfel Pentru $i=1, M1$ execută

Pentru $j=1, N2$ execută Fie $c(i, j) := 0$;

Pentru $k=1, N1$ execută

$c(i, j) := c(i, j) + a(i, k) * b(k, j)$

sf {pentru}

sf {pentru}

sf {pentru}

sf {dacă}

sf {dacă}

Rezultate (($c(i, j)$), $j=1, N2$), $i=1, M1$)

Programul Basic este:

```
1  REM   Programul 9:   MATRICE
2  REM   *****
10 REM   Se dau matricele A si B
11 REM   Pt. Kod=1 se calculeaza
12 REM       C = A + B
13 REM   Pt. Kod=2 se calculeaza
14 REM       C = A * B
15 REM   *****
20 INPUT "Kod="; Kod
25 INPUT "Nr. linii A="; M1
30 INPUT "Nr. coloane A="; N1
35 INPUT "Nr. linii B="; M2
40 INPUT "Nr. coloane B="; N2
42 IF Kod=1 AND (M1<>M2 OR N1<>N2) THEN GOTO 300
43 IF Kod=2 AND (N1<>M2) THEN GOTO 300
45 DIM A(M1,N1)
48 DIM B(M2,N2): DIM C(M1,N2)
50 FOR i=1 TO M1
55     FOR j=1 TO N1
60         PRINT "A(";i;",";j;")=";: INPUT A(i,j)
63         PRINT A(i,j)
65     NEXT j
70 NEXT i
75 PRINT
80 FOR i=1 TO M2
85     FOR j=1 TO N2
90         PRINT "B(";i;",";j;")=";: INPUT B(i,j)
93         PRINT B(i,j)
95     NEXT j
100 NEXT i
110 IF Kod=2 THEN GOTO 200
115 IF Kod<>1 THEN GOTO 300
120 REM Adunare
130 FOR i = 1 TO M1
140     FOR j = 1 TO N1
150         LET C(i,j) = A(i,j) + B(i,j)
160     NEXT j
170 NEXT i
180 GOTO 400
200 REM           Produs
```



```

210 FOR i= 1 TO M1
220     FOR j=1 TO N2
230         LET C(i,j)=0
240         FOR k=1 TO N1
250             LET C(i,j)=C(i,j)+A(i,k)*B(k,j)
260         NEXT k
270     NEXT j
280 NEXT i
290 GOTO 400
299 REM             date eronate
300 PRINT: PRINT "Date gresite"
310 PRINT "Matricea A are"
312 PRINT M1;" linii"
314 PRINT N1;" coloane"
320 PRINT:PRINT "Matricea B are"
322 PRINT M2;" linii"
324 PRINT N2;"coloane"
330 STOP
400 REM             Tiparirea rezultatelor
405 PRINT:PRINT "Matricea C este:"
410 FOR i=1 TO M1
420     FOR j=1 TO N2
430         PRINT "C(";i; ", "; j; ")="; .C(i,j)
440     NEXT j
450 NEXT i
460 STOP
500 PRINT "Valoarea lui Kod e gresita"
510 PRINT " Kod = "; Kod
520 STOP

```

Exemplu de utilizare.

```

Kod=?1
Nr. linii A=?2
Nr. coloane A=?2
Nr. linii B=?2
Nr. coloane B=?2
A(1,1)=?11
A(1,2)=?12
A(2,1)=?21
A(2,2)=?22

```

$B(1,1)=?100$
 $B(1,2)=?100$
 $B(2,1)=?200$
 $B(2,2)=?200$

Matricea C este:

$C(1,1)=111$
 $C(1,2)=112$
 $C(2,1)=221$
 $C(2,2)=222$

4.4. Problema 10. NRE.

Enunțul problemei: Se tipăresc primii n termeni ai șirului

$$a(n) = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \dots + \frac{1}{n!},$$

convergent la numărul e .

Algoritmul de rezolvare: Pentru a calcula termenii acestui șir se folosește relația de recurență $a(i) = a(i-1) + t(i)$, unde $t(i) = 1/i! = t(i-1)/i$.

Intrucit nu se cere să reținem în memoria calculatorului termenii șirului, vom nota prin a ultimul element $a(i)$ calculat și prin t ultimul $t(i)$ calculat.

a. Variabile de intrare:

n - numărul termenilor doriți;

b. Variabile de ieșire:

a - va lua consecutiv valorile termenilor:

$a(0), a(1), a(2), \dots, a(n)$;

c. Variabile de lucru:

t - valoarea lui $t(i)$;

i - contor ce numără termenii calculați;

d. Algoritmul propriu-zis:

Se citește valoarea lui n ;

Fie $a := 1$; $t := 1$;

Pentru $i = 1, n$ execută

Fie $t := t/i$;

Fie $a := a+t$;

Tipărește " $a($ "; i ; " $)=$ "; a

sf {pentru}

Programul Basic:

```
1  REM Programul 10: NRE
2  REM *****
10 REM Se tiparesc primii n
11 REM termeni ai unui sir
12 REM convergent la
13 REM   numarul e
14 REM *****
20 INPUT "n="; n
30 LET a=1
40 LET t=1
50 FOR i=1 TO n
60     LET t=t/1
70     LET a=a+t
80     PRINT "a("; i; ")="; a
90 NEXT i
100 STOP
```

Exemplu de utilizare:

n=?6

```
a(1)=2
a(2)=2.5
a(3)=2.6666667
a(4)=2.7083333
a(5)=2.7166667
a(6)=2.7180556
```

4.5. Programul 11: FIBO.

Enunțul problemei: Să se calculeze numerele din șirul lui Fibonacci care au indicele în intervalul $[I1, I2]$.

Algoritmul de rezolvare:

Se știe că șirul numerelor lui Fibonacci verifică relația de recurență:

$$F(n)=F(n-1)+F(n-2), \text{ pentru } n>1 \quad (4.5.1)$$

și $F(0)=0$, iar $F(1)=1$.

Pentru obținerea numerelor care au indicele între $I1$ și $I2$

trebuie scris un program care va calcula cu ajutorul formulei (4.5.1) toate numerele de la $F(2)$ pînă la $F(I2)$ și va afișa doar pe acelea de la $F(I1)$ la $F(I2)$. Programul poate fi conceput în două variante care se deosebesc prin modul de păstrare în memoria calculatorului a numerelor calculate. În prima variantă sînt păstrate în memorie toate numerele de la $F(0)$ la $F(I2)$ și pentru aceasta este necesară utilizarea instrucțiunii DIM de declarare a tabloului (șirului) F cu $I2+1$ componente (în calculator indicii încep de la valoarea 1 și nu 0). În a doua variantă se vor păstra în memoria calculatorului doar ultimele două numere calculate, $F1$ și $F2$, singurele necesare pentru calculul următorului număr F , așa după cum rezultă din relația de recurență (4.5.1). Deci în această variantă necesarul de memorie este mai mic, în schimb la fiecare pas trebuie efectuate transferurile $F1 \rightarrow F2$ și $F \rightarrow F1$ pentru ca $F1$ și $F2$ să conțină ultimele două valori calculate.

În calculatoarele personale numerele se aproximează la 11 cifre semnificative ceea ce face ca dintre numerele șirului lui Fibonacci să se poată calcula exact doar termenii pînă la $F(39)$, lucru care de altfel va fi precizat de către program în cazul în care $I2 > 39$.

a. Variabile de intrare:

$I1, I2$ - indicele de la care și indicele pînă la care se cer să fie calculate și afișate valorile numerelor din șirul lui Fibonacci.

b. Variabile de ieșire:

$F(I1), F(I1+1), \dots, F(I2)$ în prima variantă și respectiv valorile succesive ale variabilei F în varianta a doua.

c. Variabile de lucru:

I - contor pentru valorile indicilor termenilor;
 $F1$ și $F2$ în a doua variantă conțin valorile termenilor $F(I-1)$, respectiv $F(I)$.

d. Algoritm propriu-zis:

Varianta întâi:

Date $I1, I2$;

Fie $F(1):=0$; $F(2):=1$.

Pentru $I=3, I1$ execută $F(I):=F(I-1)+F(I-2)$ sf {pentru}

```

Pentru I=I1+1,I2+1 execută
    Fie  $F(I):=F(I-1)+F(I-2)$ ,
    Tipărește F(I)
sf {pentru}

```

Varianta a doua:

```

Date I1,I2;
Fie F2:=0;    F1:=1;
Pentru I=2,I1-1 execută F:=F1+F2;
                    F2:=F1;
                    F1:=F;
sf {pentru}
Pentru I=I1,I2 execută F:=F1+F2;
                    Tipărește F;
                    Fie F2:=F1; F1:=F;
sf {pentru}

```

Programul BASIC:

a) Varianta intii

```

1 REM    Programul 11: FIBO1
2 REM    *****
10 REM * Acest program calcu-
12 REM * leaza numerele lui
14 REM * Fibonacci cu indicele
16 REM * intre I1 si I2
20 REM    *****
60 INPUT "I1=";I1
62 INPUT "I2=";I2
56 IF I1<3 THEN GOTO 200
70 IF I1>I2 OR I1<>INT I1 OR I2<>INT I2 THEN
    GO TO 200
75 CLS
80 IF I2 > 39 THEN PRINT "Valori exacte sint numai
    pina la termenul de indice 39": PRINT
90 DIM F(I2+1)
100 LET F(1)=0
110 LET F(2)=1
120 FOR I=3 TO I1
130 LET F(I)=F(I-1)+F(I-2)
140 NEXT I

```

```

150 FOR I=I1+1 TO I2+1
160 LET F(I)=F(I-1)+F(I-2)
170 PRINT "F(";I-1;")=";F(I)
180 NEXT I
190 STOP
200 PRINT "Valori gresite"
210 PRINT "I1=";I1;" I2=";I2
220 GOTO 60

```

b) Varianta a doua

```

1 REM Programul 11A: FIB02
10 REM *****
20 REM * Acest program calculeaza *
30 REM * numerele lui Fibonacci cu *
40 REM * indicele intre I1 si I2 *
50 REM *****
60 INPUT "I1=";I1: INPUT "I2=";I2
66 IF I1<3 THEN GOTO 300
70 IF I1>I2 OR I1<>INT I1 OR I2<>INT I2 THEN GO TO 300
75 CLS
80 IF I2 > 39 THEN PRINT "Valori exacte sint numai
    pînă la termenul de indice 39": PRINT
90 LET F2=0
100 LET F1=1
110 FOR I=2 TO I1-1
120 LET F=F1+F2
130 LET F2=F1
140 LET F1=F
150 NEXT I
160 FOR I=I1 TO I2
170 LET F=F1+F2
180 PRINT "F(";I;")=";F
190 LET F2=F1
200 LET F1=F
210 NEXT I
220 STOP
300 PRINT "Valori gresite"
310 PRINT "I1=";I1;" I2=";I2
320 GOTO 60

```

Exemplu de utilizare:

I1=?36

I2=?41

Valori exacte sint numai pina la termenul de indice 39

F(36)=14930352

F(37)=24157817

F(38)=39088169

F(39)=63245986

F(40)=1.0233416E+8

F(41)=1.6558014E+8

4.6. Programul 12: RADICAL.

Enunțul problemei: Să se găsească o valoare aproximativă r pentru radical din a , unde a este un număr real pozitiv.

Algoritmul de rezolvare:

Se cunoaște din manualul de analiză pentru clasa a XI-a că șirul definit recurent prin:

$$x(n+1) = (x(n) + a/x(n))/2, \quad n > 0 \quad (4.6.1)$$

cu $x(1)$ ales pozitiv este monoton și mărginit, iar limita sa este radical de ordin 2 din a . Așadar se poate folosi relația (4.6.1) pentru calculul a cit mai multor termeni ai șirului. Calculul termenilor șirului se va face pînă cînd modulul diferenței a doi termeni consecutivi va fi mai mic decît un număr dat EP . După oprirea procesului de calcul ultimul termen calculat va reprezenta valoarea aproximativă a radicalului.

Organizarea memoriei se poate face în două moduri. În prima variantă programul folosește pentru fiecare valoare calculată a șirului cite o celulă de memorie distinctă. Acest mod de lucru necesită folosirea instrucțiunii DIM și cere să cunoaștem (estimăm) o margine pentru numărul de termeni (ai șirului) necesari pentru a obține aproximația dorită. În a doua variantă programul folosește doar două celule de memorie în care se vor păstra pe rînd (succesiv) toți termenii calculați ai șirului. În acest caz nu este necesar să cunoaștem a priori numărul de termeni care vor fi calculați; se pot folosi doar două celule de memorie (variabile) deoarece într-o celulă (XV) se păstrează valoarea ultimului

termen calculat iar in cealaltă (XN) noul termen calculat din XV cu ajutorul formulei:

$$XN=(XV + a/XV)/2 \quad (4.6.2)$$

Dacă $|XN-XV| \geq EP$, adică nu s-a realizat precizia dorită EP, înainte de reluarea procesului de calcul (calculul următorului termen al șirului) este necesar transferul valorii lui XN în XV deoarece ultimul termen la acest moment are valoarea în celula corespunzătoare lui XN și ea trebuie să fie în celula lui XV.

a. Variabile de intrare:

A - valoarea din care dorim să se calculeze radicalul;

EP - aproximația cu care dorim să fie calculat acest radical.

b. Variabile de ieșire:

I - precizează numărul de iterații executate de către program ;

X(I) pentru primul program
respectiv
XN pentru al doilea program

$$= \begin{cases} \text{valoarea} \\ \text{aproximativă a} \\ \text{radicalului de} \\ \text{ordinul 2 din A.} \end{cases}$$

c. Variabile de lucru:

X - tablou pentru prima variantă;

XV - variabilă simplă pentru varianta a doua;

d. Algoritm propriu-zis:

Varianta întâi:

Date EP, A;

Fie X(1):=A; Fie I:=2;

Repetă X(I):=(X(I-1)+A/X(I-1))/2,

I:= I+1;

pină cind $|X(I)-X(I-1)| < EP$ sf {repetă}

Tipărește I, X(I).

Varianta a doua:

Date A, EP;

Fie XN:=A, I:=1;

Repetă XV:= XN;

XN:=(XV+A/XV)/2;

I := I+1;

pină cind $|XV-XN| < EP$ sf {repetă}

Tipărește I, XN.

Programul BASIC:

a) Varianta intii:

```
1 REM Programul 12: RADICAL1
10 REM *****
12 REM * Acest program calcu-
14 REM * leaza o valoare aprox.
16 REM * pentru radicalul de
18 REM * ordin 2 dintr-o valoare
20 REM * data A
22 REM *****
23 REM
70 DIM X(100)
80 INPUT "A="; A
90 IF A<0 THEN CLS:PRINT"Valoare negativa, dati
    alta ":GO TO 80
100 INPUT "EP="; EP
110 LET X(1)=A
120 LET I=2
130 LET X(I)=(X(I-1)+A/X(I-1))/2
140 IF ABS (X(I)-X(I-1)) < EP THEN GO TO 170
150 LET I=I+1
160 GO TO 130
170 PRINT "Radical de ordin 2 din ";A;" este"
175 PRINT "    r=";X(I)
180 PRINT "S-au efectuat ";I;" iteratii"
190 STOP
```

b) Varianta a doua:

```
1 REM Programul 12: RADICAL2
10 REM *****
12 REM * Acest program calcu-
14 REM * leaza o valoare aprox.
16 REM * pentru radicalul de
18 REM * ordin 2 dintr-o val.
20 REM * data A
22 REM *****
23 REM
70 LET I=1
80 INPUT "A="; A
90 IF A < 0 THEN CLS : PRINT "Valoare negativa, dati
    alta": GO TO 80
100 INPUT "EP=";EP
```

```

110 LET XV=A
120 LET XN= (XV+A/XV)/2
130 IF ABS (XN-XV) < EP THEN GO TO 170
140 LET XV=XN
150 LET I=I+1
160 GO TO 120
170 PRINT "Radical de ordin 2 din ";A;" este:"
175 PRINT "    r="; XN
180 PRINT "S-au efectuat ";I;" iteratii"
190 STOP

```

Exemplu de utilizare:

A=?10

EP=?0.01

Radical de ordin 2 din 10 este:

r=3.1622777

S-au efectuat 5 iteratii

Asemănător se poate aproxima și valoarea radicalului de ordinul n din A . În acest scop se folosește faptul că șirul definit prin:

$$x(1) = A;$$

$$x(i) = ((n-1)*x(i-1)+A/x(i-1)^(n-1))/n, \quad (4.6.3)$$

este convergent la radical de ordinul n din A .

Intrucit algoritmul și programul **RADICALN** coincid aproape în întregime cu **RADICAL2**, excepție fiind înlocuirea formulei de recurență (4.6.2) cu formula (4.6.3), dăm în continuare numai programul Basic.

```

1  REM  Programul 12A: RADICALN
10 REM *****
12 REM * Acest program calcu-
14 REM * leaza o valoare aprox.
16 REM * pentru radicalul de
18 REM * ordin n dintr-o valoare
20 REM * data A
22 REM *****
60 INPUT "n=";n
70 LET I=1
80 INPUT "A="; A

90 IF A < 0 THEN CLS : PRINT "Valoare negativa, dati
                                alta": GO TO 80

```

```

100 INPUT "EP=";EP
110 LET XV=A
120 LET XN= ((n-1)*XV+A/XV^(n-1))/n
130 IF ABS (XN-XV) < EP THEN GO TO 170
140 LET XV=XN
150 LET I=I+1
160 GO TO 120
170 CLS
172 PRINT "Radical de ordin n din ";A;" este:"
175 PRINT "    r="; XN
180 PRINT "S-au efectuat ";I;" iteratii"
190 STOP

```

Exemplu de utilizare:

n=3

A=10

EP=.001

Radical de ordin 3 din 10 este:

r=2.1544348

S-au efectuat 7 iteratii

4.7. Programul 13: COARDATG.

Enunțul problemei: Știind că ecuația:

$$f(x) = 0 \quad (4.7.1)$$

are o rădăcină unică în intervalul $[a,b]$, să se aproximeze această rădăcină.

Algoritmul de rezolvare:

Aflarea unei rădăcini într-un interval dat se poate face prin mai multe metode. Dintre aceste am utilizat metoda tangentei (sau metoda lui Newton) și metoda coardei. Mai există și metoda înjumătățirii intervalului, metoda secțiunii de aur, etc.

Metoda combinată a coardei și a tangentei se aplică în cazul cînd se știe că ecuația admite o soluție unică în intervalul (a,b) și că funcția este monotonă și își păstrează convexitatea în acest interval (deci f' și f'' își păstrează semnul pe (a,b)).

Metoda tangentei constă în reducerea intervalului la unul dintre intervalele (a,t') , (t',b) , unde t' este punctul de intersecție al axei Ox cu una dintre tangentele la graficul funcției în punctele $(a,f(a))$, $(b,f(b))$ (cea care taie axa în interiorul

intervalului (a,b)). Deci t' se obține rezolvind sistemul:

$$\begin{aligned} y-f(t') &= f'(t) * (t' - t), \\ y &= 0, \end{aligned}$$

$(t, f(t))$ fiind punctul în care s-a dus tangenta la grafic.

Metoda coardei constă în reducerea intervalului $[a,b]$ la unul dintre intervalele (a,c') , (c',b) , unde c' este abscisa punctului în care coarda determinată de punctele $(a, f(a))$ și $(b, f(b))$ taie axa Ox . Deci c' se obține rezolvind sistemul:

$$\begin{aligned} (y-f(c)) / (f(t)-f(c)) &= (x-c) / (t-c) \\ y &= 0. \end{aligned}$$

Programul propune micșorarea intervalului $[a,b]$ prin folosirea atât a metodei tangentei cât și a metodei coardei. Astfel la fiecare pas mai întâi se aplică metoda tangentei și apoi metoda coardei pe intervalul modificat. Se repetă acest procedeu până când lungimea intervalului este suficient de mică și atunci se alege ca valoare aproximativă mijlocul intervalului obținut.

Pe tot timpul lucrului, intervalul în care se află rădăcina va avea extremitățile c , respectiv t . Inițial c și t sunt determinate astfel:

Dacă sîntem în cazul fig.4.7.1 atunci $c:=a$ și $t:=b$
 altfel (în cazul fig.4.7.2) $c:=b$ și $t:=a$.

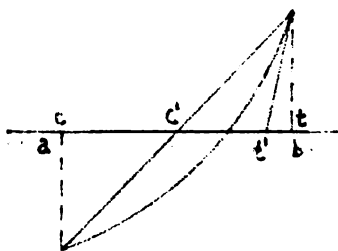


Fig. 4.7.1.

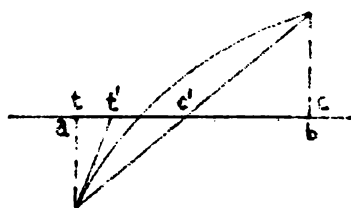


Fig. 4.7.2.

Variabile folosite:

a. Variabile de intrare:

A,B - capetele intervalului în care se află rădăcina

ecuației (4.7.1);

EP - conține precizia cu care se află rădăcina;
expresia funcției f se va da ca și instrucțiune BASIC
cu numărul de linie 30;

expresia derivatei funcției f se va preciza prin
instrucțiunea BASIC cu numărul de linie 40.

expresia derivatei f' se va preciza prin
instrucțiunea cu numărul de linie 50.

b. Variabile de ieșire:

r - valoarea expresiei $(a+b)/2$ la sfârșitul execuției;
c și t sint extremitățile intervalului în care se
află rădăcina.

c. Variabile de lucru:

F,D,S sint folosite ca nume pentru valorile funcției
f și a derivatelor f', respectiv f''.

d. Algoritm propriu-zis:

Date a,b,EP;

Dacă $f(a)=0$ atunci Tipărește "rădăcina ec. este:",a sf {dacă}

Dacă $f(b)=0$ atunci Tipărește "rădăcina ec. este:",b sf {dacă}

Dacă $f(a)*f(b)>0$

atunci Tipărește "ecuația nu are o singură rădăcină în (a,b)"

STOP

sf {dacă}

Fie $r := (a+b)/2$

Dacă $f'(r)*f''(r)>0$ atunci $c:=a$; $t:=b$;

altfel $c:=b$; $t:=a$

sf {dacă}

Repetă

$t := t - f(t)/f'(t)$;

$c := c - (t-c) * f(c)/(f(t)-f(c))$;

Tipărește c,t;

pină cind $|c-t| < EP$

sf {repetă}

Fie $r:=(c+t)/2$;

Rezultate r.

Programul BASIC:

1 REM Programul 13: COARDATG

2 REM *****

10 REM * Cu acest program

```

11 REM * se afla radacina
12 REM * ecuatiei F(X)=0
13 REM * din intervalul
14 REM * [ a , b ]
15 REM *****
30 DEF FN F(X)=x^2-3
40 DEF FN D(X)=2*X
50 DEF FN S(X)=2
100 INPUT "a";a
110 INPUT "b";b
120 IF FN F(a)=0 THEN PRINT "Ecuatia are ca radacina pe",a:STOP
130 IF FN F(b)=0 THEN PRINT "Ecuatia are ca radacina pe",b:STOP
140 INPUT "Precizia EP=";EP
150 IF FNF(a)*FNF(b)>0 THEN
    PRINT "Ec. nu are o singura radacina in (a,b)": STOP
155 LET r=(a+b)/2
160 IF FND(r)*FNS(r) > 0 THEN LET c=a: LET t:=b: GOTO 180
170 LET c=b: LET t:=a
180 LET t = t - FNF(t)/FND(t)
190 LET c = c - (t-c)*FNF(c) / (FNF(t)-FNF(c))
200 PRINT "c="; c; " t="; t
210 IF ABS(c-t)>=EP THEN GOTO 180
220 LET r=(c+t)/2
230 PRINT "Radacina este: ";r
240 STOP

```

Exemplu de utilizare:

a=?1

b=?2

Precizia EP=?.001

c=1.7272727 t=1.75

c=1.7320507 t=1.7321429

Radacina este:1.7320968

4.8. Programul 14: TANGENTE.

Enunțul problemei: Se dă un cerc de centru O și rază R și un punct exterior A . Să se traseze tangentele din A la cercul dat. Se cere să se deseneze figura.

Algoritmul de rezolvare:

Se va folosi faptul că punctele de tangență P și Q se află la intersecția cercului dat cu cercul de diametru AO . Dacă (X_M, Y_M) este centrul acestui cerc și R_1 este raza sa, atunci punctele P și Q se află la intersecția cercurilor:

$$(X-X_0)^2 + (Y-Y_0)^2 = R^2,$$

$$(X-X_M)^2 + (Y-Y_M)^2 = R_1^2.$$

Prin scădere se obține ecuația axei radicale:

$$(X_M - X_0) \cdot (2X - X_0 - X_M) + (Y_M - Y_0) \cdot (2Y - Y_0 - Y_M) = R^2 - R_1^2,$$

de unde, pentru $Y_M \neq Y_0$, obținem

$$Y - Y_0 = C_1 \cdot X + C_3$$

unde:

$$C_1 = \frac{X_0 - X_M}{Y_M - Y_0}, \quad C_2 = \frac{R^2 - R_1^2}{Y_M - Y_0}, \quad C_3 = \frac{C_2 - C_1 \cdot (X_0 + X_M) + Y_M - Y_0}{2},$$

Înlocuind pe $Y - Y_0$ în prima ecuație obținem:

$$MA \cdot X^2 - 2 \cdot MB \cdot X + MC = 0 \quad (4.8.1)$$

unde:

$$MA = 1 + C_1^2,$$

$$MB = X_0 - C_1 \cdot C_3,$$

$$MC = C_3^2 + X_0^2 - R^2,$$

ecuație din care obținem abscisele punctelor P și Q .

Tangentele există numai în cazul cînd A este exterior cercului.

a. Variabile de intrare:

X_0, Y_0 - coordonatele punctului O ;

X_A, Y_A - coordonatele punctului A ;

R - raza cercului.

b. Variabile de ieșire:

$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ - coordonatele punctelor de tangență.

c. Variabile de lucru:

X_M, Y_M, R_1 - coordonatele centrului și raza cercului de diametru AO .

C_1, C_2, C_3 - coeficienți în determinarea axei radicale;

MA, MB, MC coeficienții ecuației (4.8.1);

MD - discriminantul ecuației (4.8.1);

MR - radical din MD .

d. Algoritmul propriu-zis:

```

Dacă  $(XA-XO)^2+(YA-YO)^2 \leq R^2$ 
    atunci tipărește "A interior cercului"
    altfel  $XM:=(XO+XA)/2$ ;  $YM:=(YO+YA)/2$ ;
            $R1:=\text{SQR}((XM-XO)^2+(YM-YO)^2)$ 
    Dacă  $YO=YM$ 
        atunci File  $X1:=(XO^2-XM^2+R1^2-R^2)/[2*(XO-XM)]$ ;
                File  $X2:=X1$ ; File  $d:=X1-XO$ ;
                File  $MD:=R^2-d^2$ ;  $MR:=\text{SQR}(MD)$ ;
                File  $Y1:=YO-MR$ ;  $Y2:=YO+MR$ ;
        altfel File  $C1:=(XO-XM)/(YM-YO)$ ;
                 $C2:=(R^2-R1^2)/(YO-YM)$ ;
                 $C3:=(C2-C1*(XO+XM)+YM-YO)/2$ ;
                 $MA:=1+C1^2$ ;
                 $MB:=XO-C1*C3$ ;
                 $MC:=C3^2+XO^2-R^2$ ;
                 $MD:=MB^2-MA*MC$ ;
                 $MR:=\text{SQR}(MD)$ ;
                 $X1:=(MB+MR)/MA$ ;  $Y1:=YO+C1*X1+C3$ ;
                 $X2:=(MB-MR)/MA$ ;  $Y2:=YO+C1*X2+C3$ ;
    sf {dacă};
sf {dacă};

```

Programul Basic.

```

1  REM Programul 16: TANGENTE
2  REM *****
10 REM Din punctul A(XA,YA)
11 REM se duc tangentele AP si
12 REM AQ la cercul de centru O
13 REM si raza r.
14 REM Se presupune ca cercul
15 REM poate fi desenat pe ecran.
16 REM *****
20 INPUT "XA=";XA
22 INPUT "YA=";YA
24 INPUT "XO=";XO
26 INPUT "YO=";YO
28 INPUT "R="; R
30 LET XM=(XO+XA)/2
32 LET YM=(YO+YA)/2
40 LET D1=XM-XO: LET D2=YM-YO
44 LET R1=\text{SQR}( D1*D1+D2*D2 )
50 PRINT AT 22-YA/8; XA/8; "A"

```



```

60  CIRCLE XO, YO, R
70  PLOT XO, YO
80  PRINT AT 22-YO/8, XO/8; "O"
85  LET MD=(XO-XA)*(XO-XA)+(YO-YA)*(YO-YA)
36  IF MD<=R*R THEN GOTO 500
30  IF YO=YM THEN GOTO 200
100 LET C1=(XO-XM)/(YM-YO)
110 LET C2=(R*R-R1*R1)/(YM-YO)
120 LET C3=C2-C1*(XO+XM)+YM-YO
122 LET C3=C3/2
130 LET MA=1+C1*C1
135 LET MB=XO-C1*C3
140 LET MC=C3*C3+XO*XO-R*R
145 LET MD=MB*MB-MA*MC
150 LET MR=SQR(MD)
160 LET X1=(MB+MR)/MA
165 LET X2=(MB-MR)/MA
170 LET Y1=YO+C1*X1+C3
175 LET Y2=YO+C1*X2+C3
180 GOTO 250
200 LET X1=XO*XO-XM*XM+R1*R1-R*R
205 LET X1=X1/(XO-XM)/2
210 LET X2=X1
220 LET d=X1-XO: LET MD=R*R-d*d
225 LET MR=SQR(MD)
230 LET Y1=YO-MR
235 LET Y2=YO+MR
250 LET A$='P'
260 GOSUB 300
270 LET X1=X2:      LET Y1=Y2
280 LET A$='Q'
285 GOSUB 300
290 STOP
300 REM Se traseaza o tangenta
306 LET xx=X1/8
308 LET yy=22-Y1/8
310 PRINT AT yy,xx; A$
320 PLOT X1, Y1
330 DRAW XA-X1, YA-Y1
340 RETURN
500 PRINT "A este interior cercului"

```

Exemplu de utilizare:

[Se obține figura dorită. Datele trebuie astfel alese încât să intre figura pe ecran. Programul a fost rulat cu datele:

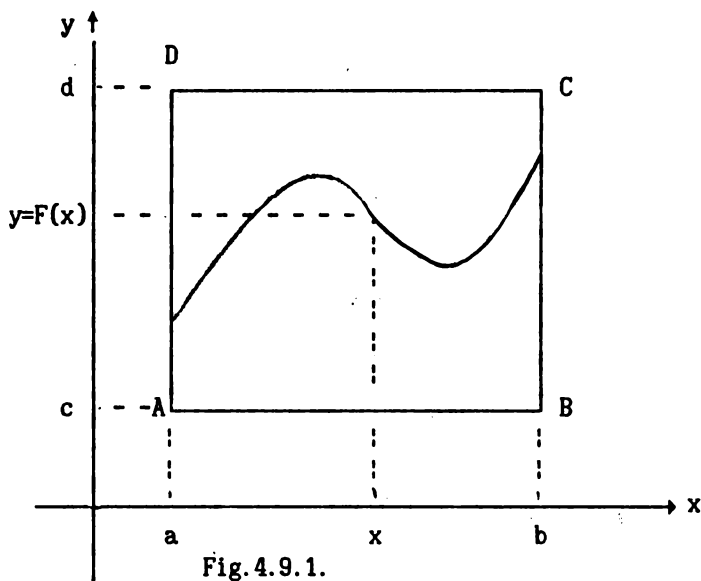
XA	YA	XO	YO	R
20	20	80	80	40
20	90	180	90	50
200	30	40	70	30
.				}

4.9. Programul 15: GRAFIC.

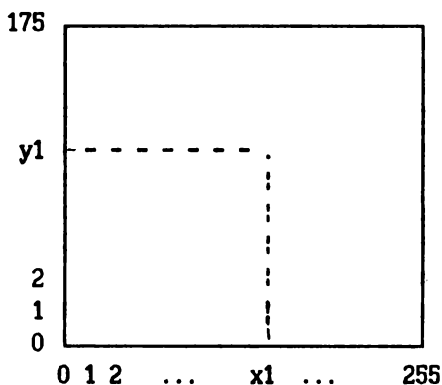
Enunțul problemei: Să se deseneze graficul funcției F .

Algoritmul de rezolvare:

În continuare se va indica o metodă de rezolvare a acestei probleme pentru orice funcție F care în intervalul $[a,b]$ este definită, deci F are valori finite în orice punct din acest interval. Pentru a putea întocmi programul presupunem că $F(x)$ are valori în intervalul $[c,d]$ pentru x din $[a,b]$. În aceste condiții graficul funcției este de forma indicată în fig.4.9.1.



Trebuie ca dreptunghiul $ABCD$ din plan să fie reprezentat pe ecranul calculatorului, care este o rețea dreptunghiulară de puncte: 256 puncte pe orizontală și 176 puncte pe verticală.



Dacă graficul obținut cu anumite valori pentru a, b, c și d nu este satisfăcător (se pierde anumite detalii), atunci se poate cere desenarea graficului cu alte valori pentru aceste variabile. Din această cauză valorile pentru variabilele a, b, c, d , vor constitui date de intrare pentru program.

Deoarece dreptunghiul $ABCD$ trebuie proiectat pe ecranul calculatorului, este necesar să determinăm două transformări: una care să plece de la un punct x din $[a,b]$ și să dea un element x_1 din mulțimea $\{0,1,2,\dots,255\}$, iar a doua transformare care să plece de la un punct y din $[c,d]$ și să dea un element din mulțimea $\{0,1,\dots,175\}$. Valorile x_1 și y_1 obținute prin aceste transformări vor constitui coordonatele de pe ecran ale punctului (x,y) din plan.

Prima transformare amintită mai sus se determină după următorul raționament. Segmentul AB din plan, de lungime $b-a$, trebuie reprezentat prin 256 puncte, sau prin 255 "intervale" dintre două puncte consecutive. Atunci la o unitate (de lungime) din plan îi corespund $255/(b-a)$ "intervale" pe ecran. În acest caz, un punct x din intervalul $[a,b]$ se va afla la distanța $(x-a)$ unități față de punctul A din plan, deci îi corespunde pe ecran punctul de coordonate $x_1 = [(x-a) * 255 / (b-a)]$. De aici obținem concluzia că prima transformare cerută este:

$$G(x) = \text{INT}((x-a) * 255 / (b-a) + 0.5),$$

deoarece vom face o rotunjire a valorii lui x_1 (sub funcția INT ce determină partea întreagă s-a adunat și 0.5). Dacă x este în intervalul $[a,b]$, atunci $G(x)$ este în mulțimea $\{0,1,\dots,255\}$.

În mod analog se stabilește și a doua transformare cerută:

$$H(y) = \text{INT}((y-c) * 175 / (d-c) + 0.5).$$

Programul ce va fi dat în continuare va desena graficul funcției F . Expresia analitică a acestei funcții este dată în linia 15 a programului. Dacă se dorește desenarea graficului pentru altă funcție, înainte de execuția programului trebuie precizată expresia funcției respective prin schimbarea liniei 15. Graficul funcției se desenează după următorul procedeu:

- se desenează pe ecran punctul de coordonate $(a, F(a))$ din plan, după care $x := a$;

- după ce s-a desenat un punct oarecare, inițial $(a, F(a))$, valoarea lui x se mărește cu un anumit pas, deci $x := x + h$. Punctul desenat anterior se unește cu punctul de coordonate $(x, F(x))$ printr-un segment. Această procedură se execută cât timp x rămâne în intervalul $[a,b]$. Din cele arătate mai sus se deduce că graficul funcției se aproximează printr-o succesiune de segmente.

În continuare se vor face câteva comentarii cu privire la

modul de întocmire a programului. Pe linia 15 este precizată funcția F . Dacă în expresia funcției se cere ridicarea la putere a unei valori, atunci trebuie ținut seama de faptul că încercarea de ridicare la putere a unei valori negative va genera o eroare (din cauza modului în care se calculează acest rezultat). Din acest motiv în program, pe linia 10 apare $x*x$ în loc de " x^2 ".

Liniiile 20 și 30 precizează funcțiile ce descriu transformările G și H amintite mai sus. Linia 40 șterge ecranul calculatorului, iar liniile 50-140 precizează, prin dialog, datele inițiale ale programului. Valorile cerute sînt: a, b, c, d (precizate mai sus) și h . Dacă nu sînt îndeplinite condițiile $a < b, c < d$, atunci se afișează un mesaj de eroare (liniile 80, 110) și se cere precizarea noilor valori. Valoarea h , cerută de instrucțiunea de la linia 120, precizează pasul, în număr de puncte ecran cu care se va mări valoarea lui x_1 în procesul desenării graficului (următorul punct ce se va lua în considerare va fi cu h puncte spre dreapta). La un punct de pe ecran îi corespund $(b-a)/255$ unități din intervalul $[a, b]$, deci pasul cu care se va mări x va fi $h_1 = h * (b-a) / 255$ (valoare calculată la linia 150). Dacă la desenarea funcției se obține pentru $y = F(x)$ o valoare ce nu aparține intervalului $[c, d]$ (această condiție se testează în liniile 180 și 260), atunci desenul nu se va mai trasa și pe ecran apare un mesaj de eroare (linia 380). Pentru desenarea cu alte valori ale datelor inițiale este necesar să se execute din nou programul.

a. Variabilele de intrare:

a, b - extremitățile intervalului pentru valorile lui x ;

c, d - extremitățile intervalului în care ia valori funcția;

h - pasul pentru desenare, în număr puncte ecran.

b. Rezultate:

graficul funcției.

c. Variabile de lucru:

h_1 - pasul de pe axa reală corespunzător celor h puncte ecran;

(x, y) - coordonatele punctului curent de pe grafic;

(x_1, y_1) - coordonatele ecran ale punctului (x, y) din plan;

(x_2, y_2) - coordonatele ecran ale ultimului punct desenat;

d. Algoritm propriu-zis:

1. Citește datele inițiale: a,b,c,d,h;
2. $h1:=h*(b-a)/255$;
3. Șterge ecranul;
4. $x:=a$;
5. $y:=F(x)$;
6. $x1:=0$; $y1:=H(y)$;
Desenează punctul (x1,y1);
7. $x2:=x1$; $y2:=y1$;
8. $x:=x+h1$;
Dacă $x>b$ atunci salt la pasul 11;
9. $y:=F(x)$;
10. $x1:=G(x)$; $y1:=H(y)$;
Desenează segmentul ce unește punctele (x2,y2) și (x1,y1);
Salt la pasul 7;
11. Dacă $a*b<=0$ atunci desenează axa Oy;
12. Dacă $c*d<=0$ atunci desenează axa Ox;

Programul Basic:

```
1: REM Programul 15: GRAFIC
10 REM *****
11 REM Desenează graficul
12 REM funcției F
13 REM *****
14 REM Expresia funcției se dă în linia 15
15 DEF FNF(x)=SIN(x*x)
20 DEF FNG(x)=INT((x-a)*255/(b-a)+0.5)
30 DEF FNH(y)=INT((y-c)*175/(d-c)+0.5)
40 CLS
50 PRINT "Urmează să se precizeze datele inițiale: a,b,c,d:"
60 INPUT "a,b=";a,b
70 IF a<b THEN GOTO 90
80 PRINT "Eroare: trebuie ca a<b" : GOTO 60
90 INPUT "c,d=";c,d
100 IF c<d THEN GOTO 120
110 PRINT "Eroare: trebuie ca c<d" : GOTO 90
120 INPUT "Pasul pentru desenare, în nr.puncte ecran:";h
130 IF h>0 AND h<255 AND h=INT(h) THEN GOTO 150
140 PRINT "Eroare: Pasul trebuie să fie întreg și cuprins
        între 1 și 255." : GOTO 120
150 LET h1=h*(b-a)/255
```

```

160 CLS
165 LET x=a
170 LET y=FN F(x)
180 IF y<c OR y>d THEN GOTO 380
190 LET x1=0
200 LET y1=FN H(y)
210 PLOT x1,y1
220 LET x2=x1: LET y2=y1
230 LET x=x+h1 x1=FN G(x)
280 LET y1= FN H(y)
290 DRAW x1-x2,y1-y2
300 GOTO 220
310 IF a*b>0 THEN GOTO 340
320 LET x=0: LET x1=FN G(x)
330 PLOT x1,0: DRAW 0,175
340 IF c*d>0 THEN GOTO 370
350 LET y=0: LET y1=FN H(y)
360 PLOT 0,y1 : DRAW 255,0
370 STOP
380 PRINT FLASH 1;"Eroare: Valorile funcției depășesc intervalul
precizat"
390 STOP

```

Exemplu de utilizare:

[Pentru $(a,b)=(-3,3)$ și $(c,d)=(-1,1)$ se obține graficul funcției f pe intervalul $[a,b]$. Trebuie ca toate valorile lui f să se afle în intervalul $[c,d]$.]

4.10. Programul 16: CONICE.

Enunțul problemei: Desenarea unei conice dată prin ecuația carteziană implicită.

Algoritmul de desenare:

În continuare se va da o metodă de desenare a oricărei conice (elipsă, hiperbolă, parabolă). Pentru aceasta vom "decupa" din plan un dreptunghi $D=\{(x,y), a1\leq x \leq a2, b1\leq y \leq b2\}$, iar punctele ce aparțin conicei și se află în acest dreptunghi vor fi desenate pe ecranul calculatorului. Programul va cere precizarea dreptunghiului D (valorile: $a1,a2,b1,b2$) sau se ia (inițial) în considerare un dreptunghi $D=[-127,127]x[-87,87]$. Dacă desenul nu

satisface cerințele (apare prea mic pe ecran, apar prea puține puncte, etc.) se poate cere desenarea din nou, după redefinirea dreptunghiului D .

Este necesar ca dreptunghiul D să fie "proiectat" pe ecranul calculatorului. Pentru aceasta trebuie găsite două funcții (două transformări) G și H , care să plece de la punctul (x,y) din D și să determine un punct (x_1,y_1) de pe ecranul calculatorului, $x_1=G(x)$ și $y_1=H(y)$. Aceste transformări au fost determinate la programul precedent și ele sînt:

$$G(x)=\text{INT}((x-a_1)*255/(a_2-a_1)+0.5),$$

$$H(y)=\text{INT}((y-b_1)*175/(b_2-b_1)+0.5).$$

Ecuatiile carteziene implicite ale celor trei conice sînt:

a. Pentru elipsă:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

de unde obținem:

$$y = b/a \sqrt{a^2 - x^2}, \quad y = - b/a \sqrt{a^2 - x^2},$$

pentru x din $[-a,a]$.

b. Pentru hiperbolă:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

de unde obținem:

$$y = b/a \sqrt{x^2 - a^2}, \quad y = - b/a \sqrt{x^2 - a^2},$$

pentru x din $[-a,a]$.

c. Pentru parabolă:

$$y^2 = 2px, \quad x \geq 0, \quad (p > 0),$$

de unde se obține:

$$y = \sqrt{2px}, \quad y = - \sqrt{2px}, \quad x \geq 0.$$

Examinînd expresiile obținute se observă că avem nevoie de următoarele trei funcții:

$$U(x) = b/a \sqrt{a^2 - x^2}, \quad -a \leq x \leq a; \quad (4.10.1a)$$

$$V(x) = b/a \sqrt{x^2 - a^2}, \quad x \leq -a \text{ sau } x \geq a; \quad (4.10.1b)$$

$$W(x) = \sqrt{2px}, \quad x \geq 0; \quad (4.10.1c)$$

Pentru a desena ramura superioară a conicei (deasupra axei Ox) vom lua $y=U(x)$, sau $y=V(x)$, sau $y=W(x)$, iar pentru a desena ramura inferioară a conicei (sub axa Ox) se va lua $y=-U(x)$, sau $y=-V(x)$, sau $y=-W(x)$.

Deoarece nu putem desena toate punctele de pe conice (în special la hiperbolă și parabolă), trebuie să luăm numai punctele din domeniul D , pentru care x este din $[a_1, a_2]$. Din aceasta cauză variabila x din funcțiile (4.10.1a), (4.10.1b) și (4.10.1c) va trebui să fie în următoarele intervale:

a. Pentru elipsă:

$$x \in [-a, a] \cap [a_1, a_2] = [c, d],$$

unde $c = \max(a_1, -a)$, iar $d = \min(a_2, a)$;

b. Pentru hiperbolă:

$$x \in ((-\infty, -a] \cup [a, +\infty)) \cap [a_1, a_2] = [c, d] \cup [c', d'],$$

unde $c=a_1$, $d=\min(a_2, -a)$, $c'=\max(a_1, a)$, $d'=a_2$;

c. Pentru parabolă:

$$x \in [0, +\infty) \cup [a_1, a_2] = [c, d],$$

unde $c = \max(a_1, 0)$, $d = a_2$.

În fiecare din aceste cazuri este posibil ca intervalul (sau intervalele, în cazul hiperbolei) căruia îi aparține x să fie vid (dacă $c > d$ sau $c' > d'$).

Având în vedere asemănările ce există în procesul de desena-re, s-a conceput un program general ce abordează problema pentru toate conicele, urmînd ca prin dialog să se precizeze conica dorită. Procesul de desena-re este următorul:

1. Se desenează pe ecran punctul ce corespunde la $(c, F(c))$ din plan, unde $F=U$ (pentru elipsă), $F=V$ (pentru hiperbolă), sau $F=W$ (pentru parabolă). Fie $x=c$.

2. După ce s-a desenat un punct oarecare de pe conică (la început $(c, F(c))$), valoarea lui x se mărește cu o valoare (pas) h , deci $x:=x+h$. Punctul desenat anterior și cu noul punct (de coordonate $(x, F(x))$ în plan) se unește cu un segment de dreaptă. Acest pas se repetă cît timp x se află în intervalul $[c, d]$.

Pentru hiperbolă se repetă această procedură pentru al doilea interval $[c', d']$.

În acest mod s-a desenat ramura (partea) superioară a conicei (deasupra axei Ox). Pentru desena-re a ramurei inferioare a conicei (aflată sub axa Ox) se repetă cele prezentate mai sus, folosind $F=-U$, sau $F=-V$, sau $F=-W$, după natura conicei.

Un punct la care se ajunge în timpul construiri desenului, de coordonate $(x, F(x))$, este posibil să nu aparțină dreptunghi-

lui D , deci segmentul ce unește acest punct cu punctul anterior desenat să nu se poată desena (să nu aparțină ecranului). Aceeași situație se întâlnește și în cazul în care punctul curent, de coordonate $(x, F(x))$, aparține dreptunghiului D dar punctul anterior nu a aparținut acestui dreptunghi (această situație se întâlnește numai la desenarea elipsei în cazul în care $b_1 > -b$ sau $b_2 < -b$, unde b_1 și b_2 s-au precizat o dată cu dreptunghiul D).

a. Variabile de intrare:

a_1, a_2, b_1, b_2 - menționate mai sus.

b. Rezultate:

desenul cerut.

c. Variabile de lucru:

r - pentru precizarea ramurii ce se desenează:

$r = 1$ - dacă se desenează ramura superioară a conicei (deasupra axei Ox);

$r = 2$ - dacă se desenează ramura inferioară a conicei (sub axa Ox);

t - pentru indicarea conicei ce se desenează:

$t = 1$ - dacă se desenează elipsa;

$t = 2$ - dacă se desenează hiperbola;

$t = 3$ - dacă se desenează parabola;

k - pentru precizarea cazului în care se află punctul anterior analizat:

$k = 0$ - dacă punctul anterior nu s-a putut desena pe ecran, deci el nu se află în dreptunghiul D ;

$k = 1$ - dacă punctul anterior s-a desenat pe ecran;

i - pentru precizarea intervalului curent în cazul desenării hiperbolei:

$i = 1$ - dacă se ia în considerare intervalul $[c, d]$;

$i = 2$ - dacă se în considerare intervalul $[c', d']$;

h - pasul pentru modificarea valorii lui x . Dacă acest pas corespunde la j puncte ecran (următorul punct va fi cu j puncte ecran spre dreapta), atunci:

$$h = \frac{a_2 - a_1}{255} * j,$$

Valoarea lui j se va cere în momentul precizării dreptunghiului D . Implicit, valoarea lui j va fi 4.

d. Algoritm propriu-zis:

În descrierea algoritmului comentariile vor fi precizate între paranteze drepte.

1. Afișarea pe ecran a variantelor pe care le oferă programul:
 1. Afișarea sau modificarea condițiilor de lucru;
 2. Desenarea unei elipse;
 3. Desenarea unei hiperbole;
 4. Desenarea unei parabole;
 5. Oprirea programului.
2. Dacă varianta aleasă este 1, atunci se afișează condițiile de lucru. [Prin condițiile de lucru se înțelege: descrierea dreptunghiului D și a valorii j (ce determină pasul pentru modificarea lui h). La început se afișează condițiile inițiale de lucru sau cele precizate anterior, după care se întreabă dacă sint modificări de făcut la aceste condiții. Dacă se doresc modificări, noile valori sint cerute, după care se revine din nou la afișarea condițiilor de lucru. Acest ciclu (afișare, modificare) se repetă pînă ce nu se mai doresc modificări.] Se revine la pasul 1.
3. Dacă se alege varianta a doua, atunci se cer valorile ce determină elipsa.
 $t:=1$; salt la pasul 7.
4. Dacă se alege varianta a treia, atunci se cer valorile ce determină hiperbola;
 $t:=2$; salt la pasul 7.
5. Dacă se alege varianta a patra, atunci se cer valorile ce determină parabola;
 $t:=3$; salt la pasul 7.
6. Dacă se alege varianta a cincea, atunci se oprește programul.
7. [Precizăm că desenăm ramura superioară] $r:=1$;
8. [Precizăm valoarea variabilei i , utilă dacă desenăm o hiperbolă] $i:=1$;
9. [Precizarea valorilor c și d]
 Dacă $t=1$ atunci $c:=\max(a_1, -a)$ și $d:=\min(a_2, a)$
 altfel dacă $t=2$ atunci $c:=a_1$ și $d:=\min(a_2, -a)$
 altfel $c:=\max(a_1, 0)$ și $d:=a_2$;
10. [Inițializarea variabilei x și precizarea faptului că nu a fost desenat un punct anterior]
 $x:=c$; $k:=0$;
11. [Verificăm dacă x este în intervalul $[c, d]$]
 Dacă $x > d$ atunci salt la pasul 18 [Intervalul $[c, d]$ s-a terminat de analizat]
12. [Calculul valorii lui y]
 Dacă $t=1$ atunci $y:=U(x)$

- altfel dacă $t=2$ atunci $y:=V(x)$
altfel $y:=W(x)$;
Dacă $r=2$ atunci $y:=-y$;
13. [Verificăm dacă (x,y) este în dreptunghiul D]
Dacă $y < b_1$ sau $y > b_2$ atunci
 $k:=0$ [punctul nu aparține lui D] și salt la pasul 17;
14. [Determinăm coordonatele (x_1,y_1) de pe ecran pentru (x,y) din dreptunghiul D]
 $x_1:=G(x)$; $y_1:=H(y)$;
15. [Desenăm un punct sau un segment de dreaptă]
Dacă $k=0$ atunci $PLOT(x_1,y_1)$ și $k:=1$
altfel $DRAW(x_1-x_2,y_1-y_2)$;
16. [Păstrăm coordonatele ultimului punct desenat de pe conică]
 $x_2:=x_1$; $y_2:=y_1$;
17. [Luăm în considerare următorul punct]
 $x:=x+h$; salt la pasul 11;
18. [Mărind x cu pasul h este posibil ca x să nu ia valoarea d necesară la desenare. Se verifică acest lucru.]
Dacă $x < d+h$ atunci $x:=d$ și salt la pasul 12.
19. [Dacă desenăm o hiperbolă și am luat în considerare numai primul interval, atunci trecem la al doilea interval]
Dacă $t < 2$ atunci salt la pasul 20 [nu desenăm hiperbola];
Dacă $i=2$ atunci salt la pasul 20 [Am luat în considerare și al doilea interval];
 $c:=\max(a_1,a)$; $d:=a_2$; $i:=2$; [luăm intervalul $[c',d']$];
Salt la pasul 9;
20. [Dacă nu am desenat și ramura inferioară, atunci o desenăm]
 $r:=r+1$; dacă $r=2$ atunci salt la pasul 8;
21. [Conica s-a terminat de desenat]
[Dacă axa Ox intersectează dreptunghiul D, ea se desenează]
Dacă $b_1*b_2 > 0$ atunci mergi la pasul 22;
 $h:=0$; $y_1:=H(y)$;
 $PLOT(0,y_1)$; $DRAW(255,0)$;
22. [Dacă axa Oy intersectează dreptunghiul D, atunci ea se desenează]
Dacă $a_1*a_2 > 0$ atunci salt la pasul 1;
 $x:=0$; $x_1:=G(x)$;
 $PLOT(x_1,0)$; $DRAW(0,175)$;
- 23 Salt la pasul 1.

Programul BASIC:

```
1 REM Programul 16: CONICE
2 REM *****
3 REM      desen
4 REM *****
5 REM
10 LET a1=-127: LET a2=127: LET b1=-87: LET b2=87: LET j=4:
    LET h=4
20 DEF FN G(x)=INT((x-a1)*255/(a2-a1)+0.5)
30 DEF FN H(y)=INT((y-b1)*175/(b2-b1)+0.5)
40 DEF FN U(x)=b*SQR(a*a-x*x)/a
50 DEF FN V(x)=b*SQR(x*x-a*a)/a
60 DEF FN W(x)=SQR(2*p*x)
70 CLS: PRINT
80 PRINT "Programul ofera functiile:": PRINT
90 PRINT " 1. Afisarea sau modificarea conditiilor de lucru.":
    PRINT
100 PRINT " 2. Desenarea unei elipse.": PRINT
110 PRINT " 3. Desenarea unei hiperbole.": PRINT
120 PRINT " 4. Desenarea unei parabole.": PRINT
130 PRINT " 5. Oprirea programului.": PRINT
140 PRINT "Ce functie alegeti(1-5)?"
150 LET R$=INKEY$
160 IF R$="1" THEN GO TO 220
170 IF R$="2" THEN GO TO 400
180 IF R$="3" THEN GO TO 500
190 IF R$="4" THEN GO TO 530
200 IF R$="5" THEN STOP
210 GO TO 150
220 CLS:
    PRINT "Conditile de lucru stabilite pina in acest moment
        sint:"
230 PRINT " - pe ecranul calculatorului se reprezinta
        dreptunghiul din plan pentru care:"
240 PRINT:PRINT "      ";a1;"<=x<=";a2
250 PRINT:PRINT "      ";b1;"<=y<=";b2
260 PRINT:PRINT " - pasul pentru desenarea conicelor, in numar
        puncte ecran, este egal cu: ";j
270 INPUT "Doriti modificarea acestor valori(D,N)?" ;R$
280 IF R$="D" OR R$="d" THEN GO TO 310
```

```

290 IF R$="N" OR R$="n" THEN GO TO 70
300 GO TO 270
310 CLS
315 PRINT "Noile limite pentru x: a1 si a2:"
320 INPUT "a1=";a1,"a2=";a2
330 IF a1>=a2 THEN PRINT "Valori eronate!": GO TO 315
340 PRINT "Noile limite pentru y: b1 si b2:"
350 INPUT "b1=";b1,"b2=";b2
360 IF b1>=b2 THEN PRINT "Valori eronate!": GO TO 340
370 INPUT "Pasul in nr.puncte ecran ";j
380 IF j<=0 THEN PRINT "Valoare eronata!": GO TO 370
390 LET h=(a2-a1)*j/255: GO TO 220
400 CLS:
    LET t=1: LET S$="+"
410 PRINT: PRINT "Ecuatia unei elipse este de forma:":
    PRINT: PRINT
420 PRINT "      2      2 "
430 PRINT "      x      y "
440 PRINT "      ---- ";S$;" ---- = 1"
450 PRINT "      2      2 "
460 PRINT "      a      b "
470 PRINT: PRINT:
    PRINT "Care sint valorile pentru a si b?"
480 INPUT "a=";a,"b=";b: GO TO 600
500 CLS:
    LET t=2: LET S$="-"
510 PRINT: PRINT "Ecuatia unei hiperbole este de forma:":
    PRINT: PRINT
520 GO TO 420
530 CLS: LET t=3
540 PRINT: PRINT "Ecuatia unei parabole este de forma:":
    PRINT: PRINT
550 PRINT "      2": PRINT "      y = 2*p*x"
560 PRINT: PRINT: PRINT "Care este valoarea lui p?"
570 INPUT "p=";p
600 CLS: LET r=1
610 LET i=1
620 IF t<>1 THEN GO TO 670
630 LET c=a1: LET d=a2
640 IF c<-a THEN LET c=-a
650 IF d>a THEN LET d=a

```

```

660 GO TO 730
670 IF t<>2 THEN GO TO 710
680 LET c=a1: LET d=a2
690 IF d>-a THEN LET d=-a
700 GO TO 730
710 LET c=a1: LET d=a2
720 IF c<0 THEN LET c=0
730 LET x=c: LET k=0
740 IF x>d THEN GO TO 850
750 IF t=1 THEN LET y=FN U(x): GO TO 780
760 IF t=2 THEN LET y=FN V(x): GO TO 780
770 LET y=FN W(x)
780 IF r=2 THEN LET y=-y
790 IF y<b1 OR y>b2 THEN LET k=0: GO TO 840
800 LET x1=FN G(x): LET y1=FN H(y)
810 IF k=0 THEN PLOT x1,y1: LET k=1: GO TO 830
820 DRAW x1-x2,y2-y1
830 LET x2=x1: LET y2=y1
840 LET x=x+h: GO TO 740
850 IF x<d THEN LET x=d: GO TO 740
855 IF t<>. THEN GO TO 900
860 IF i=2 THEN GO TO 900
870 LET c=a1: LET d=a2: LET i=2
880 IF c<a THEN LET c=a
890 GO TO 730
900 LET r=r+1: IF r=2 THEN GO TO 610
910 IF b1*b2>0 THEN GO TO 940
920 LET y=0: LET y1=FN H(y)
930 PLOT 0,y1: DRAW 255,0
940 IF a1*a2>0 THEN GO TO 1000
950 LET x=0: LET x1=FN G(x)
960 PLOT x1,0: DRAW 0,175
1000 INPUT "Pt.continuaare tastati orice ";i$: GO TO 70

```

Exemplu de utilizare:

[La comanda RUN apare meniul:]

1. Afisarea sau modificarea
conditiilor de lucru

2. Desenarea unei elipse
 3. Desenarea unei hiperbole
 4. Desenarea unei parabole
 5. Oprirea programului
- Ce funcție alegeți (1-5)?

[La cererea utilizatorului, care trebuie să furnizeze parametrii conice, se desenează una din cele trei conice, sau se execută una din celelalte două funcții indicate.]

4.11. Programul 17: MEDISP.

Enunțul problemei: Fie $x(1), x(2), \dots, x(n)$, n numere reale, valori observate în urma unui experiment. Să se calculeze media și dispersia acestor date.

Algoritmul de rezolvare:

a. Variabile de intrare:

n = numărul datelor;

$(x(i), i=1, n)$ = datele observate.

b. Variabile de ieșire:

m = media;

d = dispersia;

c. Variabile de lucru:

i = indice de ciclare;

m și d vor fi folosite și ca variabile de lucru, păstrând valori intermediare.

d. Algoritmul propriu-zis:

Fie $m := 0$;

Pentru $i = 1, n$ execută Fie $m := m + x(i)$ sf {pentru}

Fie $m := m/n$;

Fie $d := 0$;

Pentru $i = 1, n$ execută

Fie $d := d + (x(i) - m)^2$;

sf {pentru}

Fie $d := d/n$;

Programul BASIC:

```
1  REM Programul 17:  MEDISP
2  REM *****
10  REM Calculul mediei si dispersiei
11  REM *****
15  REM ----- citirea datelor
20  INPUT "n ="; n : DIM  x(n)
30  FOR i = 1 TO n
40      INPUT "x("; i); ")="; x(i)
50  NEXT i
55  REM ----- calculul mediei
60  LET m = 0
70  FOR i = 1 TO n
80      LET m = m + x(i)
90  NEXT i
100 LET m = m / n
105 REM ----- calculul dispersiei
110 LET d = 0
120 FOR i = 1 TO n
130     LET d = d + ( x(i) - m ) * ( x(i) - m )
140 NEXT i
150 LET d = d / n
155 REM - tiparirea datelor si a rezultatelor
160 FOR i = 1 TO n
170     PRINT "x("; i; ")="; x(i)
180 NEXT i : PRINT
190 PRINT "media = "; m
200 PRINT "dispersia = "; d
210 STOP
```

Exemplu de utilizare:

```
n = 4
x(1)=?1
x(2)=?2
x(3)=?3
x(4)=?4
```

```
x(1)= 1
x(2)= 2
x(3)= 3
x(4)= 4
```

media = 2.5
dispersia = 1.25

4.12. Programul 18: HISTO.

Enunțul problemei: Fie $x(1), x(2), \dots, x(n)$ date primare. Se cere centralizarea lor, adică stabilirea unor intervale și calculul frecvențelor datelor inițiale în aceste intervale. După centralizare se trasează histograma formată din dreptunghiuri cu intervalele folosite în grupare ca baze și cu ariile proporționale cu frecvențele determinate.

Algoritmul de rezolvare:

a. Variabile de intrare:

n - numărul datelor primare
 $x(1), x(2), \dots, x(n)$ - datele primare

b. Variabile de ieșire (rezultate):

m - numărul intervalelor
 $A(1), A(2), \dots, A(m+1)$ - capetele intervalelor
 $F(1), F(2), \dots, F(m)$ - frecvențele în intervale

c. Variabile de lucru:

$m1, m2$ - minimul și maximum dintre $x(1), \dots, x(n)$
 i, j - indici de ciclare;
 $x1, x2, Y, p, D, E$ - variabile folosite la trasarea dreptunghiurilor

d. Algoritmul propriu-zis:

Fie $m := \lceil 1 + 1.442776 \ln n \rceil$;

Fie $m1 := x(1), m2 := x(1)$;

Pentru $i = 2, n$ execută

Dacă $m1 > x(i)$ atunci Fie $m1 := x(i)$ sf {dacă};

Dacă $m2 < x(i)$ atunci Fie $m2 := x(i)$ sf {dacă};

sf {pentru}

Dacă $m1 = m2$ atunci Fie $m := 1$ sf {dacă}

Fie $A(1) := m1, A(m+1) := m2$;

Fie $p := (A(m+1) - A(1)) / m$;

```

Pentru i=1,n execută
    Fie  $F(i) := 0$ ;  $A(i) := m1 + (i-1) * p$ ;
sf {pentru}
Dacă  $p = 0$  atunci Fie  $F(1) := n$ ; STOP Sf {dacă}
Pentru i = 1,m execută
    Fie  $j := [(x(i)-m1)/p] + 1$ ;
    Dacă  $j > m$  atunci Fie  $j := m$  sf {dacă};
    Fie  $F(j) := F(j) + 1$ ;
sf {pentru}

```

Programul BASIC:

```

1  REM Programul 18: HISTO
2  REM *****
10 REM Centralizare + histograma
11 REM *****
15 REM ----- citirea datelor
20 INPUT "Numarul datelor:"; n
30 DIM x(n)
40 FOR i=1 TO n
50     INPUT "x("; i); ")="; x(i)
60 NEXT i
65 REM ----- calculul minimului si maximului
70 LET m = INT (1+1.442726 * LN n) : DIM A(m+1): DIM F(m)
80 LET m1 = x(1) : LET m2 = x(1)
90 IF n = 1 THEN GOTO 520
100 FOR i = 2 TO n
110     IF m1 > x(i) THEN LET m1 = x(i)
120     IF m2 < x(i) THEN LET m2 = x(i)
130 NEXT i
140 IF m1 = m2 THEN LET m = 1
150 LET A(1) = m1 : LET A(m+1) = m2
160 LET p = ( A(m+1) - A(1) ) / m
170 FOR i = 1 TO m
180     LET F(i) = 0
190     LET A(i) = m1 + (i-1) * p
200 NEXT i
210 IF p = 0 THEN LET F(1) = n : GOTO 270
220 FOR i = 1 TO n
230     LET j = INT ( (x(i)-m1)/p) + 1
240     IF j > m THEN LET j = m
250     LET F(j) = F(j) + 1
260 NEXT i

```

```

265 REM ----- tiparire intervale + frecvente
270 PRINT "Intervalul"; TAB 20 ; "Frecventa" : PRINT
280 FOR i = 1 TO m-1
290     PRINT "["; A(i); ", "; A(i+1); ")"; TAB 20; F(i)
300 NEXT i
310 PRINT "["; A(m); ", "; A(m+1); ")"; TAB 20; F(m)
313 PRINT "Apasati orice tasta pentru continuare !"
314 IF INKEY$="" THEN GOTO 314
315 REM ----- trasare histograma
320 CLS: LET D = F(1)
330 IF m = 1 THEN GOTO 370
340 FOR i = 2 TO m
350     IF D < F(i) THEN LET D = F(i)
360 NEXT i
370 LET x2 = 4 : LET E = A(m+1)-A(1)
380 PLOT 0,10 : DRAW 255,0
390 FOR i = 1 TO m
400     LET x1 = x2 : LET x2 = 250
410     IF E<>0 THEN LET x2 = x1 + INT ((A(i+1)-A(i))*245/E+0.5)
420     LET Y = 10 + INT (F(i)*160/D + 0.5)
430     PLOT x1 , 5 : DRAW 0 , Y-5
440     DRAW x2-x1 , 0 : DRAW 0 , 10-Y
450     IF F(i) = 0 THEN GOTO 500
460     LET j = x1 + 1
470     IF j >= x2 THEN GOTO 500
480     PLOT j , 10 : DRAW 0 , Y-10
490     LET j=j+1 : GOTO 470
500 NEXT i
510 STOP
520 PRINT "Prea putine date": GOTO 20

```

Exemplu de utilizare:

. . . [Se introduc datele: 1, 3, 3, 4.]

Numarul datelor: 4

x(1) = 1

x(2) = 3

x(3) = 3

x(4) = 4


```

    Calculează media generală  $v(i)$  a elevului "i";
sf {pentru}
Repetă Inv := 0;
    Pentru i = 1, n-1 execută
        Dacă  $v(i) < v(i+1)$  atunci
            Inv := Inv + 1;
            Schimbă între ele informațiile elevilor "i" și "i+1"
        sf {dacă}
    sf {pentru}
pinăcînd Inv = 0 sf {repetă}

```

Programul Basic:

```

1  REM Programul 19: MEDII
2  REM *****
10 REM Se ordoneaza elevii
11 REM unei clase in ordi-
12 REM nea descrescatoare
13 REM a mediilor generale
14 REM *****
18 REM M = nr.materiilor
19 REM NR = nr.elevilor
20 REM E$(i) - numele elevului "i"
21 REM N(i,j) - nota elevului i
22 REM   la disciplina j
25 READ NR,M
30 DIM E$(NR,20):   DIM N(NR,M)
33 DIM V(NR)
40 PRINT "Numele si prenumele   Media"
50 FOR i=1 TO NR
55     LET s=0
60     READ E$(i)
65     FOR j=1 TO M
70         READ N(i,j)
80         LET s=s+N(i,j)
90     NEXT j
100    LET v(i)=s/M
110    PRINT E$(i);
120    PRINT " "; v(i)
130 NEXT i
190 LET INV=0

```

```

200 FOR i = 1 TO NR-1
210     IF v(i)>=v(i+1) THEN GOTO 250
220     LET T=v(i)
221     LET v(i)=v(i+1)
222     LET v(i+1)=T
230     LET T$=E$(i)
231     LET E$(i)=E$(i+1)
232     LET E$(i+1)=T$
240     LET INV=INV+1
250 NEXT i
260 IF INV<>0 THEN GOTO 190
270 PRINT: PRINT
300 FOR i=1 TO NR
310     PRINT E$(i); " ";v(i)
320 NEXT i
400 DATA 3,14
410 DATA 'Abrudan Adela'
411 DATA 9,8,5,8,7,7,6,7,10,9
412 DATA 8,9,10,10
420 DATA 'Florea Sorin'
421 DATA 8,6,9,5,8,7,10,8,8,9
422 DATA 9,8,10,10
430 DATA 'Popescu Alin'
431 DATA 8,8,9,9,8,7,10,8,8,9
432 DATA 9,8,10,10
440 STOP

```

Exemplu de utilizare:

Numele si prenumele	Media
Abrudan Adela	8.0714286
Florea Sorin	8.2142857
Popescu Alin	8.6428571
Popescu Alin	8.6428571
Florea Sorin	8.2142857
Abrudan Adela	8.0714286

5. PRODUSE PROGRAM

Spre deosebire de secțiunile precedente, în acest capitol vom prezenta câteva programe Basic mai ample. Ele au în vedere tot programarea unor algoritmi de rezolvare a unor probleme de matematică din liceu. Complexitatea acestor algoritmi împiedică însă predarea lor la clasă în detaliu. Profesorul poate însă să-i prezinte în ansamblu, după care să detalieze părți din program. Acest lucru este ușurat de prezentarea unor tabele în care se descriu părțile funcționale ale programelor. De asemenea, sînt date textele complete ale majorității programelor.

Programele pot fi însă utilizate în scop didactic și fără a cunoaște descrierea lor Basic. Prin "meniuri" explicative, utilizatorului îi sînt oferite posibilitățile de utilizare și modul de activare al acestor programe.

5.1. Programul 19: RESTURI.

Enunțul problemei: Programul de față are scopul de a familiariza elevii cu operațiile în clase de resturi și modul lor de programare în BASIC.

Funcționarea programului.

Se dă un număr natural n , $n > 1$. Dacă pentru n se dă valoarea 0 atunci programul se termină.

Pentru un n fixat, programul afișează un meniu cu șase posibilități de operare în Z_n (dacă se tastează una dintre cifrele de la 1 la 6) sau schimbarea valorii lui n (tastare 0).

Cele șase tipuri de operații sînt:

1. Se dă un număr întreg i și se tipărește clasa lui i în Z_n .
2. Se dau două clase i și j din Z_n și se calculează $i+j$ și $i*j$ în Z_n .
3. Se dă o clasă i din Z_n și se tipărește clasa opusă (simetricul față de adunare) și clasa inversă (simetricul față de înmulțire) dacă aceasta există.
4. Se tipăresc perechile de divizori ai lui zero din Z_n , dacă aceștia există.
5. Se tipărește tabla adunării modulo n .
6. Se tipărește tabla înmulțirii modulo n .

După alegerea variantei se cere, dacă este cazul, valoarea

lui i și eventual a lui j , după care se afișează rezultatele. Acestea rămân pe ecran pînă la apăsarea unei taste, după care se afișează meniul principal. După dorință, se poate alege un alt tip de operații din cele șase oferite, sau se poate trece la furnizarea unei alte valori pentru n .

Structura programului.

Etichetarea instrucțiunilor este făcută în așa fel încît să permită evidențierea părților de program care execută diversele tipuri de operații dorite. Dacă utilizatorul dorește, el poate să păstreze numai unele tipuri de operații, ștergînd secvențele de instrucțiuni corespunzătoare celorlalte.

Tabelul de mai jos descrie fiecare secvență de program.

Eticheta de început	Descrierea sumară a secvenței
100	Cere o valoare pentru n și-i verifică corectitudinea
300	Afișează meniul principal și cere una dintre variantele 0, sau 1, ..., 6 descrise mai sus.
600	În funcție de valoarea furnizată, se trimite fie la 100 (cazul 0), fie la una din secvențele care urmează (cazul 1, ..., 6).
1000	Tratează cazul 1
1300	Tratează cazul 2
1600	Tratează cazul 3
1900	Tratează cazul 4
2200	Tratează cazul 5
2500	Tratează cazul 6
4000	Așteaptă apăsarea unei taste, după care trece la secvența 300.

Programul BASIC

```
1  REM Programul 19: RESTURI
2  REM *****
10  REM Operatii in Zn
12  REM *****
99  REM
100 CLS : PRINT "Dati un intreg n, n>1"
101 PRINT "sau 0 pentru STOP"
110 INPUT "n = ?";n
120 IF n=0 THEN STOP
130 IF n<=1 OR n<>INT n THEN GOTO 100
299 REM
300 CLS: PRINT "Va oferim citeva posibilitati de operare in Z";n
301 PRINT
330 PRINT " 1. Se da i din Z si se obtine
      clasa lui i din Z";n
320 PRINT " 2. Se dau i si j din Z";n;" si se
      calculeaza i+j si i*j in Z";n
330 PRINT " 3. Se da i din Z";n;" si se obtine
      -i si i*(-1) in Z";n
340 PRINT " 4. Se tiparesc perechile de
      divizori ai lui 0 in Z";n
350 PRINT " 5. Se tipareste tabla adunarii
      in Z";n
360 PRINT " 6. Se tipareste tabla inmultirii
      in Z";n
370 PRINT " 0. Se cere o noua valoare
      pentru n"
380 INPUT "Ce doriti (1,2,3,4,5,6,0) ?";v
382 PRINT
599 REM
600 IF v=0 THEN GO TO 100
610 IF v=1 THEN GO TO 1000
620 IF v=2 THEN GO TO 1300
630 IF v=3 THEN GO TO 1600
640 IF v=4 THEN GO TO 1900
650 IF v=5 THEN GO TO 2200
660 IF v=6 THEN GO TO 2500
670 GO TO 300
1000 INPUT "i = ?";i
```

```

1010 IF i<>INT i THEN GO TO 1000
1020 LET c=ABS i-INT (ABS (i)/n)*n: IF i<0 THEN LET c=n-c
1030 PRINT i;" (mod ";n;" ) = ";c
1040 GO TO 4000
1299 REM
1300 INPUT "i = ?";i: INPUT "j = ?";j
1310 IF i<0 OR i>=n OR i<>INT i OR j<0 OR j>=n OR j<>INT j
    THEN GO TO 1300
1320 PRINT i;" + ";j;" (mod ";n;" ) = ";i+j-INT ((i+j)/n)*n
1330 PRINT i;" * ";j;" (mod ";n;" ) = ";i*j-INT ((i*j)/n)*n
1340 GO TO 4000
1599 REM
1600 INPUT "i = ?";i
1610 IF i<0 OR i>=n OR i<>INT i THEN GO TO 1600
1620 PRINT "Elementul opus lui ";i;" in Z";n:
    PRINT "este "; n-i
1630 PRINT "Elementul invers lui ";i;" in Z";n;" ";
1640 FOR j=1 TO n-1
1650     LET c=i*j-INT ((i*j)/n)*n
1660     IF c<>1 THEN GO TO 1690
1670     PRINT "este ";j
1680     GO TO 4000
1690 NEXT j
1700 PRINT "nu exista"
1710 GO TO 4000
1899 REM
1900 PRINT "Divizori ai lui 0 in Z";n
1910 LET k=0
1920 FOR i=1 TO n-1
1930     LET c=i*i-INT ((i*i)/n)*n
1940     IF c<>0 THEN GO TO 1960
1950     LET k=k+1: PRINT i;" * ";i;" = 0"
1960     FOR j=i+1 TO n-1
1970         LET c=i*j-INT ((i*j)/n)*n
1980         IF c<>0 THEN GO TO 2000
1990         LET k=k+1: PRINT i;" * ";j;" = 0 si ";j;" * ";i;" = 0"
2000     NEXT j
2010 NEXT i
2020 IF k=0 THEN PRINT "nu exista"
2030 GO TO 4000
2199 REM

```

```

2200 PRINT "Tabla adunarii in Z";n: PRINT " +";
2210 FOR j=0 TO n-1: PRINT j;" ";; NEXT j: PRINT
2220 FOR i=0 TO n-1
2230   PRINT: PRINT i;" ";
2240   FOR j=0 TO n-1
2250     PRINT i+j-INT ((i+j)/n)*n;" ";
2260   NEXT j
2270 NEXT i
2280 GO TO 4000
2500 PRINT "Tabla inmultirii in Z";n
2510 FOR j=0 TO n-1: PRINT j;" ";; NEXT j: PRINT
2520 FOR i=0 TO n-1
2530 PRINT: PRINT i;" ";
2540 FOR j=0 TO n-1
2550 PRINT i*j-INT ((i*j)/n)*n;" ";
2560 NEXT j
2570 NEXT i
2580 GO TO 4000
3999 REM
4000 PRINT "Apasati orice tasta"
4005 PAUSE 0
4010 IF INKEY$="" THEN GO TO 4010
4020 GO TO 300

```

Exemple de utilizare:

Dati un intreg n , $n > 1$

sau 0 pentru STOP

$n = ?3$

Va oferim cateva posibilitati de operare in Z3

1. Se da i din Z si se obtine clasa lui i din Z3
2. Se dau i si j din Z3 si se calculeaza $i+j$ si $i*j$ in Z3
3. Se da i din Z3 si se obtine $-i$ si $i^{(-1)}$ in Z3
4. Se tiparesc perechile de divizori ai lui 0 in Z3
5. Se tipareste tabla adunarii in Z3

6. Se tipareste tabla inmultirii
in Z_3
0. Se cere o noua valoare
pentru n

Ce doriti (1,2,3,4,5,6,0)?1

$$i = ?\underline{7}$$

$$7 \pmod{3} = 1$$

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După apăsarea unei taste, se tipărește din nou meniul principal. Se cere varianta 1, tastind 1 și urmează:]

$$i = ?\underline{-7}$$

$$-7 \pmod{3} = 2$$

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reappare meniul; se dă apoi varianta 2 și urmează:]

$$i = ?\underline{1}$$

$$j = ?\underline{2}$$

$$1 + 2 \pmod{3} = 0$$

$$1 * 2 \pmod{3} = 2$$

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reappare meniul; se dă apoi varianta 3 și urmează:]

$i = ?\underline{2}$
Elementul opus lui 2 in Z_3
este 1
Elementul invers lui 2 in Z_3
este 2

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reappare meniul; se dă apoi varianta 4 și urmează:]

Divizori ai lui 0 in Z_3
nu exista

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reappare meniul; se dă apoi varianta 5 și urmează:]

Tabla adunarii in Z_3

+ 0 1 2

0 0 1 2

1 1 2 0

2 2 0 1

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reapare meniul; se dă apoi varianta 6 și urmează:]

Tabla inmultirii in Z_3

* 0 1 2

0 0 0 0

1 0 1 2

2 0 2 1

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reapare meniul; se dă apoi varianta 0 și urmează:]

Dati un intreg n , $n > 1$

sau 0 pentru STOP

$n = ?8$

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reapare meniul; se dă apoi varianta 3 și urmează:]

$i = ?4$

Elementul opus lui 4 in Z_8

este 4

Elementul invers lui 4 in Z_8

nu exista

[Se așteaptă din nou apăsarea unei taste. După o tastare, reapare meniul; se dă apoi varianta 4 și urmează:]

Divizori ai lui 0 in Z_8

$2 * 4 = 0$ si $4 * 2 = 0$

$4 * 4 = 0$

$4 * 6 = 0$ si $6 * 4 = 0$

[Se așteaptă apăsarea unei taste. După o tastare, reapare meniul; se dă apoi varianta 0 și urmează:]

Dati un intreg n , $n > 1$

sau 0 pentru STOP

$n = ?0$

5.2. Programul 20: RIEMANN

Enunțul problemei: Programul RIEMANN are scopul de a ajuta elevii să înțeleagă noțiunile de diviziune a unui interval, norma diviziunii, suma Riemann și convergența sumelor Riemann. Programul permite două posibilități de alegere a unei diviziuni, iar pentru o diviziune aleasă sînt permise două posibilități de alegere a sistemului de puncte intermediare.

Pentru comoditatea programării convenim să descriem elementele sumei Riemann astfel:

a) Pentru un interval $[a, b]$ cu $a < b$, programul RIEMANN consideră ca diviziune un sistem de noduri $(x(i))$:

$$a = x(1), x(2), \dots, x(n), x(n+1) = b,$$

unde $n < 500$.

b) Un sistem de puncte intermediare $(p(i))$:

$$p(i) \text{ din intervalul } [x(i), x(i+1)], i=1, n;$$

c) O sumă Riemann este:

$$R = \sum_{i=1}^n f(p(i)) (x(i+1)-x(i)),$$

unde $f: [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$.

Funcționarea programului.

Mai intii se cere intervalul $[a, b]$. Dacă se furnizeaza a și b astfel încît $a > b$, atunci cererea se repetă. Dacă se dă $a = 0$ și $b = 0$, atunci programul se oprește.

Urmează definirea diviziunii. În mod automat se pune:

$$x(1) = a.$$

Pentru nodurile următoare există două posibilități:

- 1) alegerea lor de către utilizator, nod cu nod;
- 2) definirea unui sistem de noduri echidistante.

În varianta 1, utilizatorului îi sînt cerute nodurile unul după altul, furnizînd și intervalul în care trebuie să apară. Dacă nodul nu se dă în intervalul specificat, atunci cererea se repetă. Furnizarea se termină cînd se dă ca și nod valoarea lui b .

În varianta 2 există două posibilități de alegere:

- 3) furnizînd numărul de subintervale, n ;
- 4) furnizînd lungimea unui subinterval oarecare h .

În cazul 3, toate subintervalele vor avea lungimea:

$$h = (b-a)/n.$$

În cazul 4,

$$n = [(b-a)/h],$$

toate intervalele vor avea lungimea h , cu excepția ultimului care va avea o lungime cel mult h .

După definirea diviziunii, utilizatorul este invitat să-și aleagă un sistem de puncte intermediare. Pentru aceasta, el are la dispoziție două variante:

5) alegerea, după dorință, a fiecărui $p(i)$ din $[x(i), x(i+1)]$;

6) furnizarea unei expresii $P(i)$ de calcul al punctului $p(i)$ din $[x(i), x(i+1)]$. În varianta 6, programul nu verifică dacă $P(i)$ este corectă sintactic. Dacă $P(i)$ se poate evalua, atunci programul determină $p(i)$ astfel:

$$p(i) = \begin{cases} x(i), & \text{dacă } P(i) < x(i), \\ x(i+1), & \text{dacă } P(i) > x(i+1), \\ P(i), & \text{în rest.} \end{cases}$$

După definirea sistemului de puncte intermediare se cere expresia $f(x)$.

În sfârșit, programul tipărește ca și rezultate intervalele diviziunii, punctele intermediare, norma diviziunii și valoarea sumei Riemman. Aceste rezultate rămân pe ecran până la apăsarea unei taste, după care programul este reluat de la început, cerind alte valori pentru a și b .

Structura programului.

Etichetarea instrucțiunilor este făcută în așa fel încît să permită evidențierea părților de program care execută diversele variante cerute. Dacă utilizatorul dorește, poate să reducă fie modalitățile de definire a diviziunii, fie cele de alegere a punctelor intermediare. Pentru aceasta este suficient să șteargă secvențele de program care nu-i sînt necesare.

Tabelul care urmează descrie rolul fiecărei secvențe din program.

Eticheta de început	Descrierea sumară a secvenței
10	Declarațiile; citirea și testarea valorilor pentru a și b .
100	Cere variantele 1 sau 2 pentru alegerea nodurilor diviziunii
200	Se cer (varianta 1) nodurile $x(2), x(3), \dots$ până când se dă un nod = b . Apoi se trece la cererea punctelor intermediare (secvența 1000).
300	Cere una dintre variantele 3 sau 4 pentru definirea diviziunii echidistante.
400	Determină h în varianta 3.
500	Determină n în varianta 4.
600	Determină nodurile $x(i)$ în variantele 3 sau 4.
1000	Cere una dintre variantele 5 sau 6 de alegere a punctelor intermediare $p(i)$
1200	Cere cele n puncte intermediare $p(i)$
1400	Cere funcția $P(i)$ și calculează punctele $p(i)$
2000	Calculează norma diviziunii, suma Riemann și tipărește intervalele de diviziune și punctele intermediare
2500	Tipărește valoarea normei și a sumei Riemann; așteaptă o tastare pentru a relua de la început.

```

Programul BASIC
1  REM Programul 20: RIEMANN
2  REM *****
3  REM Pentru [a,b] dat si
4  REM functia f data
5  REM se calculeaza
6  REM suma Riemann
7  REM *****
8  REM
10 LET Maxn=500
20 DIM x(Maxn): DIM p(Maxn)
30 CLS: PRINT "Se da un interval de numere
      reale [a,b]":
PRINT "(Daca a=0 si b=0 atunci STOP)"
40 INPUT "a = ?";a
50 INPUT "b = ?";b
60 IF a=0 AND b=0 THEN STOP
70 IF a>=b THEN GO TO 30
80 LET x(1)=a
99  REM
100 CLS: PRINT "Va oferim doua moduri de definire
      a unei diviziuni peste" :
      PRINT "[";a;" , ";b;"]"
110 PRINT " 1. Alegerea de catre Dv. a
      nodurilor intermediare"
120 PRINT " 2. Definirea unei diviziuni
      echidistante"
130 INPUT "Care varianta o alegeti (1,2) ?";v
140 IF v<>1 AND v<>2 THEN GO TO 100
199  REM
200 IF v=2 THEN GO TO 300
210 LET n=1: LET xs=a
220 INPUT "x(";n+1;") din (";xs;)" , ";(b);" ] = ?";x(n+1)
230 IF x(n+1)=b THEN GO TO 1000
240 IF x(n+1)<=xs OR x(n+1)>b THEN GO TO 220
250 LET n=n+1: LET xs=x(n): IF n>Maxn-1 THEN GO TO 1000
260 GO TO 220
299  REM
300 PRINT " 3. Prin numarul de subintervale"
310 PRINT " 4. Prin lungimea unui subinterval"
320 INPUT "Care varianta o alegeti (3,4) ?";v

```

```

330 IF v<>3 AND v<>4 THEN GO TO 300
399 REM
400 IF v=4 THEN GO TO 500
410 INPUT "n = ?";n
420 IF n<1 OR n>=Maxn OR n<>INT n THEN GO TO 410
430 LET h=(b-a)/n: GO TO 600
499 REM
500 INPUT "h = ?";h
510 IF h<=0 OR h>=b-a THEN GO TO 500
520 LET n=INT ((b-a)/h)+1: IF n>=Maxn THEN GO TO 500
599 REM
600 FOR i=2 TO n: LET x(i)=a+(i-1)*h: NEXT i
610 LET x(n+1)=b
999 PRINT
1000 CLS: PRINT "In diviziune se poate alege un
        sistem de puncte intermediare:"
1010 PRINT " 5. Alegind Dv. fiecare punct"
1020 PRINT " 6. Furnizind o expresie P(i)
        de calcul al punctului din al
        i-lea subinterval":
        PRINT " [x(i),x(i+1)]"
1030 INPUT "Care varianta o alegeti (5,6) ?";v
1040 IF v<>5 AND v<>6 THEN GO TO 1000
1199 REM
1200 IF v=6 THEN GO TO 1400
1210 FOR i=1 TO n
1220 INPUT"p(";i);" ) din [";(x(i));" ," ;(x(i+1));"]=?";p(i)
1230 IF x(i)>p(i) OR p(i)>x(i+1) THEN GO TO 1220
1240 NEXT i
1250 GO TO 2000
1399 REM
1400 INPUT "P(i) = ";s$
1410 DEF FN s(i)=VAL s$
1420 FOR i=1 TO n
1430 LET p(i)=FN s(i)
1440 IF p(i)<x(i) THEN LET p(i)=x(i)
1450 IF p(i)>x(i+1) THEN LET p(i)=x(i+1)
1460 NEXT i
1999 REM
2000 INPUT "f(x) = ?";f$
2010 DEF FN f(x)=VAL f$

```

```

2020 LET norma=0: LET suma=0
2030 CLS: PRINT "Pentru intervalul [";a;" , ";b;"] si"
2031 PRINT "f(x)=";f$:
      PRINT " avem diviziunea si punctele:"
2032 PRINT
2040 FOR i=1 TO n
2050   PRINT " [";x(i);" , ";x(i+1);"] contine ";p(i)
2060   LET hi=x(i+1)-x(i): IF hi>norma THEN LET norma=hi
2070   LET suma=suma+FN f(p(i))*hi
2080 NEXT i
2500 PRINT "Norma diviziunii este ";norma
2510 PRINT "Valoarea sumei Riemman este "
2511 PRINT "      suma ="; suma
2520 IF INKEY$="" THEN GO TO 2520
2530 GO TO 30

```

Exemplu de folosire:

Se da un interval de numere
reale [a,b]

(Daca a=0 si b=0 atunci STOP)

a = ?0

b = ?1

Va oferim doua moduri de
definire a unei diviziuni peste
[0,1]

1. Alegerea de catre Dv. a
nodurilor intermediare
2. Definirea unei diviziuni
echidistante

Care varianta o alegeti (1,2)?1

x(2) din (0,1]=?0.4

x(3) din (0.4,1]=?0.7

x(4) din (0.7,1]=?0.9

x(5) din (0.9,1]=?1

In diviziune se poate alege un
sistem de puncte intermediare

5. Alegind Dv. fiecare punct
6. Furnizind o expresie $P(i)$

de calcul al punctului din al
i-lea subinterval

$$[x(i), x(i+1)]$$

Care varianta o alegeti (5,6) ? 6

$$P(i) = \frac{x(i) + x(i+1)}{2}$$

$$f(x) = "x"$$

Pentru intervalul [0,1] si

$$f(x) = x$$

avem diviziunea si punctele:

[0,0.4] contine 0.2

[0.4,0.7] contine 0.55

[0.7,0.9] contine 0.8

[0.9,1] contine 0.95

Norma diviziunii este 0.4

Valoarea sumei Riemann este

$$\text{suma} = 0.5$$

[Rezultatele rămân pe ecran
până la apăsarea unei taste.
Presupunem că după reluare am
furnizat aceleași valori pentru
a și b, varianta 2 la alegerea
diviziunii, în cadrul acesteia
am dorit varianta 3 pentru
n = 4. Urmează:]

Care varianta o alegeti (5,6)?6

$$P(i) = \frac{x(i) * (i-1) / n + x(i+1) * (n-i+1) / n}{n}$$

$$f(x) = "x"$$

Pentru intervalul [0,1]. si

$$f(x)=x$$

avem diviziunea si punctele:

[0,0.25] contine 0.25

[0.25,0.5] contine 0.4375

[0.5,0.75] contine 0.625

[0.75,1] contine 0.8125

Norma diviziunii este 0.25

Valoarea sumei Riemann este

$$\text{suma} = 0.53125$$

5.3. Programul 21: APROXINT

Enunțul problemei: În programul de față vom exemplifica două moduri de calcul aproximativ al integralei

$$I = \int_a^b f(t) dt$$

și anume:

- metoda dreptunghiului;
- metoda trapezului.

Pentru ambele metode se presupune că:

$$f: [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$$

este o funcție integrabilă, iar:

$$W_n = (a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b)$$

este o diviziune echidistantă a intervalului $[a, b]$.

Se definește:

$$D(f) = \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

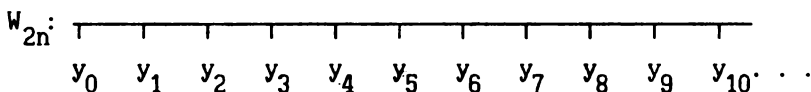
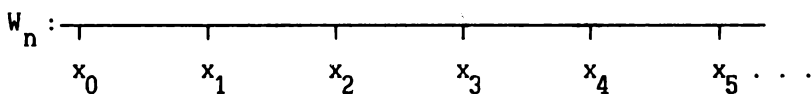
care aproximează f prin metoda dreptunghiului folosind n intervale. De asemenea,

$$T(f) = \frac{b-a}{2n} [f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)]$$

aproximează integrala I prin metoda trapezului folosind n intervale.

O modalitate de rafinare a diviziunilor.

Pentru a putea urmări convergența ambelor metode, le vom aplica în mod repetat, pentru n din ce în ce mai mare. După ce s-a calculat o aproximație cu un n dat, următoarea diviziune va conține nodurile ultimei diviziuni împreună cu punctele din mijloacele intervalelor diviziunii vechi. Dacă W_n și W_{2n} sînt cele două diviziuni în discuție, ele apar schițate ca mai jos:



Dacă $h_n = \frac{b-a}{n}$, atunci $x_i = a + ih_n$, $i = \overline{0, n}$

$$h_{2n} = \frac{b-a}{2n} = \frac{h_n}{2} \text{ și } y_j = a + jh_{2n} = a + j\frac{h_n}{2}, j = \overline{0, 2n}$$

Se observă că: $x_0 = y_0 = a$, $x_n = y_{2n} = b$, $x_k = y_{2k}$, $k = \overline{1, n-1}$.

Aproximări succesive prin metoda dreptunghiului:

$$D_n(f) = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) = h_n \sum_{i=1}^n f(a + ih_n)$$

$$D_{2n}(f) = h_{2n} \sum_{i=1}^n f(a + jh_{2n}) =$$

$$= h_{2n} \left[\sum_{k=1}^n f(a + 2kh_{2n}) + \sum_{k=1}^n f(a + (2k-1)h_{2n}) \right] =$$

$$= h_{2n} \left[\sum_{k=1}^n f(a + kh_n) + \sum_{k=1}^n f(a + (2k-1)h_{2n}) \right].$$

Dacă notăm: $S_n = \sum_{i=1}^n f(x_i)$ și $S_{2n} = \sum_{j=1}^n f(y_j)$ atunci:

$$S_{2n} = S_n + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n})$$

și avem:

$$D_n(f) = h_n S_n,$$

iar:

$$D_{2n}(f) = \frac{h_n}{2} \left[S_n + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n}) \right].$$

Începem aproximările succesive cu $n = 1$ și avem:

$$h_1 = b-a; \quad S_1 = f(b); \quad D_1 = h_1 S_1;$$

Pentru un n oarecare, relațiile de recurență sînt:

$$h_{2n} = h_n / 2 \quad (5.3.1)$$

$$S_{2n} = S_n + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n}) \quad (5.3.2)$$

$$D_{2n} = h_{2n} S_{2n} \quad (5.3.3)$$

Procedeul se aplică în mod repetat, pînă cînd:

$$| D_{2n} - D_n | < E \quad (5.3.4)$$

unde E are o valoare fixată anterior.

Aproximări succesive prin metoda trapezului.

$$T_n(f) = \frac{b-a}{2n} [f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^n f(x_i)] =$$

$$\begin{aligned}
&= h_n \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{i=1}^n f(a + ih_n) \right]. \\
T_{2n}(f) &= h_{2n} \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{j=1}^{n-1} f(a + jh_{2n}) \right] = \\
&= h_{2n} \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^n f(a+2kh_{2n}) + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n}) \right] = \\
&= h_{2n} \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^n f(a+kh_n) + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n}) \right].
\end{aligned}$$

Dacă notăm: $S_n = \sum_{i=1}^n f(x_i)$ și $S_{2n} = \sum_{j=1}^{n-1} f(y_j)$ atunci

$$S_{2n} = S_n + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n})$$

și avem:

$$T_n(f) = h_n \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + S_n \right],$$

$$T_{2n}(f) = \frac{h_n}{2} \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + S_n + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n}) \right].$$

Începem și aici aproximațiile succesive cu $n = 1$ și avem:

$$h_1 = b-a; \quad S_1 = 0; \quad T_1 = h_1 \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + S_1 \right].$$

Pentru un n oarecare relațiile de recurență sînt:

$$h_{2i} = h_i / 2 \quad (5.3.5)$$

$$S_{2n} = S_n + \sum_{k=1}^n f(a+(2k-1)h_{2n}) \quad (5.3.6)$$

$$T_{2n} = h_{2n} \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} + S_{2n} \right]. \quad (5.3.7)$$

Procedeul se aplică în mod repetat, pînă cînd:

$$| T_{2n} - T_n | < E, \quad (5.3.7)$$

unde E are o valoare fixată anterior.

Convenții de programare.

În timpul calculelor, în formulele de recurență (5.3.1), (5.3.2), (5.3.6), nu ne interesează decît ultimii termeni. Vom nota deci acești ultimi termeni prin:

- H - pasul h din formula 5.3.1;
- SD - suma S_{2n} la metoda dreptunghiului, formula 5.3.2;
- ST - suma T_{2n} la metoda trapezului, formula 5.3.6.

Pentru a verifica condițiile (5.3.4) și (5.3.7), sînt necesari ultimii doi termeni ai șirurilor de aproximații. Aceștia vor fi notați prin DV , DN , TV și TN .

DV și DN sînt respectiv penultima (vechea) și ultima (noua) aproximantă prin metoda dreptunghiului iar:

TV și TN sînt respectiv penultima (vechea) și ultima (noua) aproximantă prin metoda trapezului.

La metoda trapezului valoarea $[f(a)+f(b)]/2$ o vom calcula o singură dată la început.

Variabila NOD conține de fiecare dată valoarea nodului curent.

Variabilele n și k au semnificațiile din formulele de mai sus.

Descrierea algoritmilor:

Algoritmul dreptunghi este:

1. Date f, a, b, E ;
2. Fie $H = b - a$; $SD = f(b)$; $DV = H * SD$; $n = 1$;
3. Fie $NOD = a + H/2$;
4. Pentru $k := 1, n$ execută
 $SD = SD + f(NOD)$; $NOD = NOD + H$;
 sf {pentru}
5. Fie $H = H/2$; $DN = H * SD$; $n = 2 * n$;
6. Tipărește n ; "dreptunghiuri ==>"; DN
7. Dacă $|DN - DV| < E$ atunci STOP
 altfel mergi la pasul 8.
8. Fie $DV = DN$; continuă cu pasul 3.

Algoritmul trapez este:

1. Date f, a, b, E ;
2. Fie $H = b - a$; $ST = 0$; $FAB = (f(a) + f(b))/2$; $TV = H * FAB$; $n = 1$;
3. Fie $NOD = a + H/2$;
4. Pentru $k := 1, n - 1$ execută
 $ST = ST + f(NOD)$; $NOD = NOD + H$;
 sf {pentru};
5. Fie $H = H/2$; $TN = H * (FAB + ST)$; $n = 2 * n$;
6. Tipărește n ; "trapezuri ==>"; DN
7. Dacă $|TN - TV| < E$ atunci STOP
 altfel mergi la pasul 8.
8. Fie $TV = TN$; continuă cu pasul 3.

Prezentarea programelor.

Cele două metode sînt descrise în cadrul aceluiași program "APROXINT". În secvența de instrucțiuni dintre 100 și 410 este programată metoda dreptunghiului iar între 600 și 910 metoda trapezului.

Astfel, lansarea cu RUN sau RUN 100 înseamnă apelarea metodei dreptunghiului, iar RUN 600 înseamnă apelarea metodei trapezului.

Prezentăm în tabelul de mai jos grupurile de instrucțiuni care descriu metoda dreptunghiului.

Același tabel descrie și corespondența dintre algoritmul trapez și program. Pentru aceasta trebuie ca toate numerele de instrucțiuni să fie mărite cu 500, iar la ultima linie cuvîntul "dreptunghiuri" se va înlocui cu "trapezuri".

Instrucțiune sau grup de instrucțiuni	Descrierea sumară a secvenței
100	Mesaajul de inceput
110-150	Pasul 1 din algoritm
160-190	Pasul 2 din algoritm
200	Pasul 3 din algoritm
210-240	Pasul 4 din algoritm
250-270	Pasul 5 din algoritm
280-290	Pasul 6 tipărirea la o iterație
300	Pasul 7 cu salt la tipărire rezultat
310-320	Pasul 8 din algoritm
330-410	Tipărește integrala cerută, valoarea ei aproximativă și numărul de dreptunghiuri folosite.

Programul BASIC

```

1  REM Programul 21: APROXINT
2  REM *****
99  REM
100 PRINT "Calcul aprox. al integralelor;
      metoda dreptunghiurilor"
109 REM
110 INPUT "f(x)=?";f$
120 DEF FN f(x)=VAL f$
130 INPUT "a =?";a
140 INPUT "b =?";b
150 INPUT "epsilon =?";eps
160 LET H=b-a
170 LET SD=FN f(b)
180 LET DV=H*SD
190 LET n=1
200 LET NOD=a+H/2
210 FOR k=1 TO n
220   LET SD=SD+FN f(NOD)
230   LET NOD=NOD+H
240 NEXT k

```

```

249 REM
250 LET H=H/2
260 LET DN=H*SD
270 LET n=2*n
279 REM
280 PRINT n;" dreptunghiuri ==> "
290 PRINT " .          ";DN
299 REM
300 IF ABS (DN-DV)<eps THEN GO TO 330
309 REM
310 LET DV=DN
320 GO TO 200
329 REM
330 PRINT "Integrala de la ";a
340 PRINT "          la ";b
350 PRINT "din    f(x) = ";f$
360 PRINT "cu precizia    ";eps
370 PRINT "este          ";DN
380 PRINT
390 PRINT "S-au folosit ";n
400 PRINT "dreptunghiuri"
410 STOP
600 PRINT "Calcul aprox. al integralelor;
        metoda trapezelor"

609 REM
610 INPUT "f(x)=?";f$
620 DEF FN f(x)=VAL f$
630 INPUT "a =?";a
640 INPUT "b =?";b
650 INPUT "epsilon =?";eps
659 REM
660 LET H=b-a
670 LET FAB=(FN f(a)+FN f(b))/2: LET ST=0
680 LET TV=H*FAB
690 LET n=1
699 REM
700 LET NOD=a+H/2
710 FOR k=1 TO n
720     LET ST=ST+FN f(NOD)
730     LET NOD=NOD+H
740 NEXT k

```

```

749 REM
750 LET H=H/2
760 LET TN=H*(FAB+ST)
770 LET n=2*n
779 REM
780 PRINT n;" trapeze ==> "
790 PRINT "          ";TN
799 REM
800 IF ABS (TN-TV)<eps THEN GO TO 830
809 REM
810 LET TV=TN
820 GO TO 700
829 REM
830 PRINT "Integrala de la ";a
840 PRINT "          la ";b
850 PRINT "din f(x) = ";f$
860 PRINT "cu precizia ";eps
870 PRINT "este ";TN
880 PRINT
890 PRINT "S-au folosit ";n
900 PRINT "trapeze"
910 STOP

```

Exemple de utilizare.

```

RUN 600
Calcul aprox. al integralelor;
metoda trapezului
f(x)=?"x↑2"
a=?0
b=?2
epsilon=?0.001
2 trapeze ==>
                3
4 trapeze ==>
                2.75
8 trapeze ==>
                2.6875
16 trapeze ==>
                2.671875

```

32 trapeze ==>
 2.6679688
 64 trapeze ==>
 2.6669922
 Integrala de la 0
 la 2
 din $f(x) = x^2$
 cu precizia .001
 este 2.6669922

S-au folosit 64
 trapeze.

Tabelul de mai jos dă citeva elemente prin care se pun în evidență performanțele celor două metode.

a	b	E	f	metoda	iterații	intervale	valoare	durata (sec)
0	?	0.001	x^2	drept unghi	12	4096	2.6676431	600
				trapez	6	64	2.6669922	10
	1		drept unghi	10	1024	1.4634912	200	
			e^{x^2}	trapez	6	64	1.4627623	15

5.4. Programul 22: APLICINT

Enunțul problemei: Acest program are drept scop calculul aproximativ al unor mărimi remarcabile, ale căror formule sînt exprimate cu ajutorul unor integrale. Avem în vedere cinci astfel de formule. În toate se consideră o funcție reală și continuă

$$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

și dreptele din plan de ecuație $x = a$, $x = b$, $y = 0$.

Enumerăm mai jos cele cinci formule împreună cu condițiile suplimentare (condiții de tip "suficient") în care aceste formu-

le sînt adevărate.

1. Aria domeniului delimitat de cele trei drepte și de graficul funcției:

$$A(f) = \int_a^b f(x) dx$$

2. Volumul corpului obținut prin rotația domeniului delimitat de cele trei drepte și de graficul funcției în jurul dreptei $y=0$.

$$V(f) = \text{PI} \int_a^b (f(x))^2 dx$$

3. Lungimea arcului de curbă $y=f(x)$ între punctele $(a, f(a))$ și $(b, f(b))$, dacă f este derivabilă și f' este continuă:

$$l(f) = \int_a^b \text{SQR}(1+(f'(x))^2) dx$$

4. Aria suprafeței de rotație în jurul lui $y=0$ a domeniului delimitat de cele trei drepte și de graficul funcției, dacă f este derivabilă și f' este continuă:

$$A_{\text{rot}}(f) = 2 \text{PI} \int_a^b f(x) \cdot \text{SQR}(1 + (f'(x))^2) dx$$

5. Coordonatele X_g și Y_g ale centrului de greutate ale unei plăci omogene, a cărei contur este descris de cele trei drepte și de graficul funcției:

$$X_g = \frac{\int_a^b x f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx}$$

$$Yg = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b (f(x))^2 dx}{\int_a^b f(x) dx}$$

Formulele sînt valabile numai dac \bar{a} $f > 0$.

Functionarea programului.

Programul primește la intrare valorile a , b și, dup \bar{a} caz, expresia funcției f (cazurile 1, 2, 5), expresia derivatei f' (cazul 3), expresiile lui f și f' (cazul 4). Pe ecran se afișează un meniu principal, dup \bar{a} care utilizatorul este invitat s \bar{a} tasterze una dintre tastele 1, 2, 3, 4, 5, 0, pentru a-și selecta cazul dorit sau pentru a termina execuția.

Dup \bar{a} alegere programul calculează integrala(sau integralele) care apar in cazul solicitat. Evaluarea aproximativ \bar{a} a integralelor se face in metoda trapezului, cu precizia 0.01. Dac \bar{a} se dorește o alta precizie, se va modifica corespunz \bar{a} tor instrucțiunea 4110.

In timpul evaluării integralei, la fiecare iterație, in colțul din stînga sus al ecranului se tipărește valoarea aproximativ \bar{a} a integralei. Algoritmul de calcul aproximativ este cel descris la programul APROXINT.

La sfirșit, pe ecran apare rezultatul cerut. Imaginea de pe ecran r \bar{a} mine atita timp cit nu se apas \bar{a} nici o tastă. In momentul unei apăsări ecranul se șterge și apare din nou meniul principal.

Descrierea programului.

Etichetarea instrucțiunilor s-a f \bar{a} cuit in aș \bar{a} fel incit s \bar{a} evidentieze, intr-o oarecare m \bar{a} sură, părțile mari ale programului. Fiecare secvență a programului principal incepe la un multiplu de 100, iar subprogramele incep la multiplu de 1000. Structura programului este dat \bar{a} in tabelul de mai jos.

Eticheta de început a secvenței	Descrierea sumară a secvenței
100	Afișează meniul principal și cere alegerea variantei dorite. Variabila v primește valoarea tastată. Dacă nu se tastează una din cifrele permise, atunci meniul re apare.
500	Citește valorile a și b . Dacă $a > b$, atunci citirea se repetă.
1000	Calculează și tipărește cele cerute în cazul 1
1100	Calculează și tipărește cele cerute în cazul 2
1200	Calculează și tipărește cele cerute în cazul 3
1300	Calculează și tipărește cele cerute în cazul 4
1400	Calculează și tipărește cele cerute în cazul 5. Dacă aria domeniului (care apare la numitor în formule) nu este strict pozitivă, se dă un mesaj de eroare.

Secvențele de mai sus, începînd cu 1000, apelează pentru calcule subprogramele care urmează.

2000	Subprogram de citire a expresiei și de definire a funcției f .
3000	Subprogram de citire a expresiei și de definire a derivatei f' .

Programul **APLICINT** nu verifică, în nici un fel, corectitudinea expresiilor pentru f și f' , nici dacă f' este într-adevăr derivata lui f .

4000	Subprogram de calcul aproximativ al unei integrale prin metoda trapezului. Secvența de calcul este aproape identică cu cea corespunzătoare de la adresa 600 din programul APROXINT. Pentru calculul valorii funcției de integrat într-un punct x , se apelează subprogramul de la 5000, care întoarce în variabila f această valoare. Subprogramul întoarce valoarea aproximativă în variabila TN .
5000	Subprogram care calculează valoarea funcției de integrat într-un punct x . Alegerea funcției de integrat o face folosind variabila v fixată în meniul principal și care dă cazul solicitat.
6000	Subprogram care ajută la tipărirea rezultatelor finale. El tipărește valorile a , b , iar în funcție de cazul solicitat (prin variabila v), tipărește expresia lui $f(x)$ și/sau a lui $f'(x)$.
7000	Este o secvență de două instrucțiuni care așteaptă, după afișarea rezultatelor, apăsarea unei taste. În momentul apăsării, pe ecran reapare meniul principal.

Programul BASIC

```

1  REM Programul 22: APLICINT
2  REM *****
100 CLS: PRINT "Pentru o functie continua:"
110 PRINT "    f:[a,b]--->R": PRINT
120 PRINT "si pentru domeniul delimitat de:"
130 PRINT "  x=a, x=b, y=0, y=f(x)": PRINT
140 PRINT "va putem ajuta sa calculati:"
150 PRINT
160 PRINT "1. Aria domeniului"
170 PRINT "2. Volumul corpului de rotatie
    (in jurul lui y=0)"
180 PRINT "3. Lungimea graficului y=f(x)
    (daca f' continua)"

```

```

190 PRINT "4. Aria suprafetei laterale
      de rotatie (in jurul lui
      y=0, daca f' continua)"
200 PRINT "5. Coordonatele Xg si Yg ale centrului de greutate
      (daca f' > 0)"
210 PRINT
220 INPUT "Ce doriti?
      (1,2,3,4,5 sau 0 pentru STOP)";v
230 IF v=0 THEN STOP
499 REM
500 CLS
510 INPUT "a =?";a
520 INPUT "b =?";b
999 REM
1000 IF v<>1 THEN GO TO 1100
1010 GO SUB 2000
1020 GO SUB 4000
1030 GO SUB 6000
1040 PRINT "Aria domeniului =": PRINT " ";TN
1050 GO TO 7000
1099 REM
1100 IF v<>2 THEN GO TO 1200
1110 GO SUB 2000
1120 GO SUB 4000
1130 GO SUB 6000
1140 PRINT "Volumul corpului =": PRINT " ";PI*TN
1150 GO TO 7000
1199 REM
1200 IF v<>3 THEN GO TO 1300
1210 GO SUB 3000
1220 GO SUB 4000
1230 GO SUB 6000
1240 PRINT "Lungimea graficului =": PRINT " ";TN
1250 GO TO 7000
1300 IF v<>4 THEN GO TO 1400
1310 GO SUB 2000
1320 GO SUB 3000
1330 GO SUB 4000
1340 GO SUB 6000
1350 PRINT "Aria laterala de rotatie =": PRINT " ";2*PI*TN
1360 GO TO 7000

```

```

1399 REM
1400 IF v<>5 THEN GO TO 100
1410 GO SUB 2000
1420 LET v=1: GO SUB 4000
1430 IF TN<1e-7 THEN GO SUB 6000: PRINT "f este nepozitiva":
      GO TO 7000
1440 LET aria=TN: LET v=2: GO SUB 4000
1450 LET Yg=TN/aria/2: LET v=5
1460 GO SUB 4000
1470 GO SUB 6000
1480 PRINT " Xg = ";TN/aria: PRINT " Yg = ";Yg
1490 GO TO 7000
1999 REM
2000 INPUT "f(x)=?";f$
2010 DEF FN f(x)=VAL f$
2020 RETURN
2999 REM
3000 INPUT "f' (x)=?";p$
3010 DEF FN p(x)=VAL p$
3020 RETURN
3999 REM
4000 LET H=b-a
4010 LET x=a: GO SUB 5000: LET FAB=f: LET x=b: GO SUB 5000:
      LET FAB=(FAB+f)/2
4020 LET ST=0: LET TV=H*FAB: LET n=1
1140 PRINT "Volumul corpului =": PRINT " ";PI*TN/4030 LET NOD=a+H/2
4040 FOR k=1 TO n
4050   LET x=NOD: GO SUB 5000: LET ST=ST+f
4060   LET NOD=NOD+H
4070 NEXT k
4080 LET H=H/2
4090 LET TN=H*(FAB+ST)
4100 LET n=2*n
4110 LET TV=ABS (TN-TV): IF TV<0.01 THEN RETURN
4120 PRINT AT 0,0;TV: LET TV=TN
4130 GO TO 4030
4999 REM
5000 REM Alegerea functiei de sub integrala
5010 IF v=1 THEN LET f=FN f(x): RETURN
5020 IF v=2 THEN LET f=FN f(x)*FN f(x): RETURN
5030 IF v=3 THEN LET f=SQR (1+FN p(x)*FN p(x)): RETURN

```

```

5040 IF v=4 THEN LET f=FN f(x)*SQR (1+FN p(x)*FN p(x)): RETURN
5050 IF v=5 THEN LET f=x*FN f(x): RETURN
5999 REM
6000 CLS
6010 PRINT "Pentru:": PRINT
6020 PRINT " a = ";a
6030 PRINT " b = ";b
6040 IF v<3 OR v=5 THEN PRINT " f(x) = ";f$
6050 IF v=3 THEN PRINT " f'(x) = ";p$
6060 IF v=4 THEN PRINT " f(x) = ";f$: PRINT " f'(x) = ";p$
6070 PRINT: PRINT "====>": PRINT
6080 RETURN
6999 REM
7000 IF INKEY$="" THEN GO TO 7000
7010 GO TO 100

```

Exemplu de utilizare:

[Pentru exemplificare, să considerăm
 $f : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x)=x.$

Vom descrie mai întâi dialogul complet
 pentru cazul 1, deci pentru calculul
 ariei.]

RUN

Pentru o funcție continuă:

$f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R},$

și pentru domeniul delimitat de:

$x = a, x = b, y = 0, y = f(x)$

va putem ajuta să calculați:

1. Aria domeniului
2. Volumul corpului de rotație
(în jurul lui $y=0$)
3. Lungimea graficului $y=f(x)$
(dacă f' continuă)
4. Aria suprafeței laterale de
rotație (în jurul lui $y=0,$
dacă f' continuă)
5. Coordonatele X_g și Y_g ale
centrului de greutate
(dacă $f > 0$)

Ce doriti?

(1,2,3,4,5 sau 0 pentru STOP)1

a = ?0

b = ?1

f(x) = ?"x"

[Se afișează pe ecran, în stînga sus
aproximațiile integralei.]

Pentru:

a = 0

b = 1

f(x) = x

====>

Aria domeniului =

0.5

[Rezultatele rămîn pe ecran pînă la
apăsarea unei taste, după care reappare
meniul principal. Dacă la cererea me-
niului principal se tastează 2, dialo-
gul rămîne același, cu excepția ulti-
elor două rînduri de la rezultatele
finale, care vor fi:]

Volumul corpului =

1.0553788

[In mod analog, dacă se tastează 5,
ultimele două rînduri vor fi:]

Xg = 0.671875

Yg = 0.3359375

[Dacă se tastează 3, în loc de f(x)=x
va apare f'(x) = 1, iar ultimele două
rînduri vor fi:]

Lungimea graficului =

1.4142136

[In sfîrșit, dacă se tastează 4, va
apare atît f(x)=x cit și f'(x)=1,
iar ultimele două rînduri vor fi:]

Aria laterala de rotatie =

4.4428829.

5.5. Programul 24: OPALG.

Enunțul problemei. Să se efectueze operații cu matrice:

- suma a două matrice;
- produsul a două matrice;
- inversa unei matrice;
- calculul determinantului;
- rezolvarea unui sistem Cramer.

Descrierea programului. Programul a fost elaborat de elevii Bidian Sorin și Frențiu Alin de la Liceul G. Barițiu și prezentat de cei doi elevi la faza județeană a Sesiunii elevilor. Algoritmii folosiți sînt cei din manualele de liceu. Intrucit deja am prezentat în 4.3 algoritmi pentru efectuarea operațiilor de adunare și înmulțire a două matrice nu insistăm aici asupra lor.

Programul este util nu numai pentru efectuarea operațiilor menționate mai sus, ci poate fi folosit și pentru a examina textul Basic și a urmări modul în care au fost realizate unele afișări de rezultate.

Programul se poate folosi ușor intrucit, prin text explicativ, cere utilizatorului informațiile necesare.

Folosirea programului. La comanda RUN apare un text pe cîteva ecrane, prin care se arată scopul programului și modul de utilizare. După acest text urmează:

IN FUNCTIE DE CE OPERATIE VRETI
SA EFECTUATI APASATI TASTA INDICATA

A - ADUNARE DE MATRICE
B - INMULTIRE DE MATRICE
R - INVERSA UNEI MATRICE
D - CALCULUL UNUI DETERMINANT
S - SISTEM DE ECUATII DE TIP
CRAMER

DACA DORITI UN EXEMPLU TASTATI E
URMAT DE TASTA CORESPUNZATOARE
OPERATIEI DORITE

A

VA ROG INTRODUCETI DATELE

NUMAR DE LINII L = ?2

NUMAR DE COLOANE C = ?2

A(1,1)=?10

A(1,2)=?20

A(2,1)=?30

A(2,2)=?40

B(1,1)=?100

B(1,2)=?200

B(2,1)=?300

B(2,2)=?400

TERMENII MATRICEI REZULTATE VOR

FI

C(1,1)=110

C(1,2)=220

C(2,1)=330

C(2,2)=440

PENTRU REVENIRE LA INCEPUTUL

PROGRAMULUI APASATI O TASTA

M

[Apare din nou "meniul", deci se
așteaptă o nouă tastă]

D

VA ROG INTRODUCETI DATELE

NUMAR DE LINII SI COLOANE ?3

A(1,1)=?1

A(1,2)=?1

A(1,3)=?1

A(2,1)=?2

A(2,2)=?3

A(2,3)=?5

A(3,1)=?4

A(3,2)=?9

A(3,3)=?25

VALOAREA DETERMINANTULUI ESTE

$$D=6$$

PENTRU A REVENI LA INCEPUTUL
PROGRAMULUI APASATI O TASTA

M

S

VA ROG INTRODUCETI DATELE

NUMAR DE ECUATII N=?3

$$A(1,1)=?1$$

$$A(1,2)=?1$$

$$A(1,3)=?1$$

$$A(2,1)=?2$$

$$A(2,2)=?4$$

$$A(2,3)=?6$$

$$A(3,1)=?350$$

$$A(3,2)=?5$$

$$A(3,3)=?0$$

$$\text{TERMENUL LIBER } B(1)=?6$$

$$\text{TERMENUL LIBER } B(2)=?28$$

$$\text{TERMENUL LIBER } B(3)=?360.$$

NECUNOSCUITA N 1="X"

NECUNOSCUITA N 2="Y"

NECUNOSCUITA N 3="Z"

SOLUTIA SISTEMULUI ESTE

$$X=1$$

$$Y=2$$

$$Z=3$$

5.6. Programul 25: LOCCEO.

Introducere.

Una din cele mai dificile părți ale geometriei sintetice este predarea noțiunii de loc geometric. Prin loc geometric se înțelege mulțimea punctelor din plan sau spațiu care au o aceeași proprietate. În astfel de probleme apare un punct variabil, punct care aparține unei mulțimi date de puncte (segment, cerc) sau verifică o relație algebrică. Pentru fiecare poziție a punctului variabil se construiește, după regulile date în problemă, punctul al cărui loc geometric se caută. Dificultatea principală a acestor probleme constă în a "ghici" proprietatea invariantă a punctului loc geometric atunci când punctul variabil parcurge mulțimea specificată. De regulă, în geometria sintetică plană locurile geometrice sînt compuse din drepte, cercuri, segmente sau arce de cerc. După ce elevul construiește 2-3 figuri pentru 2-3 poziții ale punctului variabil, el trebuie să intuiască "mișcarea" întregii figuri, în particular a locului geometric. Experiența arată că acesta este momentul cel mai dificil în rezolvarea problemelor de loc geometric.

Lucrarea de față prezintă o modalitate prin care poate fi folosit calculatorul la "ghicirea" locurilor geometrice. Pentru aceasta s-a definit un limbaj, ușor accesibil atât profesorilor cât și elevilor, prin care se poate descrie o clasă foarte largă de probleme de loc geometric. Avem în vedere, pînă în prezent, problemele în care punctul variabil aparține unui segment sau unui cerc (eventual arc de cerc), iar în cadrul problemei apar segmente și cercuri, puncte obținute prin intersecții sau care împart un segment într-un raport dat.

După descrierea problemei, calculatorul desenează în mod repetat, pentru mai multe poziții ale punctului variabil, figura atașată problemei, păstrînd de la figurile precedente numai pozițiile punctului loc geometric. În acest mod "ghicirea" locului geometric nu mai este o problemă.

Folosind acest instrument, profesorul poate să dezvolte capacitatea de a intui locurile geometrice, făcînd demonstrații cu calculatorul, pentru diverse tipuri de probleme.

Descrierea limbajului.

Limbajul folosit pentru descrierea problemelor de loc geometric permite:

- definirea punctelor;
- desenarea unor figuri ca: segment, dreaptă, perpendiculară, mediană, mediatoare, bisectoare, înălțime, cerc, tangentă etc.
- obținerea unor puncte prin intersecții.

Pentru definirea unui punct vom folosi propoziția:

$$\text{PCT punct} = x, y$$

unde "punct" este numele punctului definit (și este o majusculă a alfabetului latin), iar x și y sînt coordonatele acestui punct. Ecranul televizorului este doar o parte a primului cadran, de aceea trebuie ca $0 \leq x \leq 255$ și $0 \leq y \leq 175$.

Pe lângă definirea explicită a unui punct, frecvent se spune că " M este mijlocul segmentului AB ", sau că " M împarte segmentul AB într-un raport dat". Se poate defini un punct pe dreapta AB și prin poziția sa față de punctele A și B astfel:

$$M = (1-a)A + aB$$

cu $a < 0$	pentru M la stînga lui A ,
$a = 0$	pentru $M = A$
$0 < a < 1$	pentru M între A și B
$a = 1$	pentru $M = B$
$a > 1$	pentru M la dreapta lui B

Pentru aceasta vom folosi propoziția:

$$\text{PCT } M = A, B, a$$

unde " a " este fie o constantă reală, fie o variabilă. Dacă h și l sînt două constante sau două variabile desemnate prin două litere mici, reprezentînd numere calculate anterior (vezi propozițiile FIE și DIST), atunci prin:

$$\text{PCT } M = A, B, h/l$$

se definește punctul M , care se află pe dreapta AB și împarte segmentul în raportul h/l .

Pentru a obține valoarea unei variabile oarecare x (x fiind o literă mică), se pot folosi propozițiile :

FIE $x = \text{numar}$

sau:

DIST $x = A, B$

În prima propoziție se ia valoarea numărului precizat, iar în cazul al doilea se ia ca valoare lungimea segmentului $[AB]$.

Pentru a trasa segmentul AB vom folosi propoziția:

SEGMENT A, B

iar propoziția:

DREAPTA A, B

va avea ca efect desenarea dreptei determinate de punctele A și B . Pentru a defini și trasa dreapta ce trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta BC vom folosi propoziția:

DREAPTA $A, (B, C)$

Se acceptă și prescurtările **SEGM**, respectiv **DR** pentru **SEGMENT**, respectiv **DREAPTA**.

Propozițiile

CERC O, r

respectiv:

CERC A, B, C

au ca efect trasarea unui cerc, precizat fie prin centrul O și raza r , fie prin trei puncte A, B, C . În primul caz raza r trebuie să fie definită printr-una din propozițiile **FIE** sau **DIST**, prezentate mai sus, sau este o constantă.

Pentru a stabili centrul cercului descris în cazul al doilea se folosește propoziția:

CENTRU $(A, B, C) = O$

unde O este o literă mare care marchează centrul cercului.

În mod frecvent, apare necesitatea definirii unui punct pe un cerc. Pentru această situație presupunem că centrul cercului este deja dat printr-un punct, iar raza lui este dată printr-o

propoziție FIE sau DIST. Pentru a preciza poziția punctului pe cerc se mai cere unghiul (in radiani), in sens trigonometric, față de diametrul orizontal al cercului. Acest unghi se dă fie printr-o constantă, fie printr-o variabilă a cărei valoare a fost specificată anterior. Propoziția prin care se definește acest punct este:

PCT punct = centru, raza, unghi

unde "punct" și "centru" sint puncte date prin cite o literă mare, iar raza și unghi sint nume de variabile date prin cite o literă mică, sau constante.

In sfirșit, o altă posibilitate de a defini un punct este intersecția unei tangente cu un cerc. Pentru un punct dat A exterior unui cerc există două tangente la cerc, deci două puncte de tangență, de exemplu R și T . Pentru a defini aceste puncte se va folosi propoziția:

PCT $R, T = \text{TANG } A \text{ CERC } O, r$

sau:

PCT $R, T = \text{TANG } A \text{ CERC } M, N, P$

Pentru a trasa una dintre tangente vom desena dreapta care trece prin punctele A și R (sau A și T).

In cazul cind A se află pe cerc cele două puncte se consideră confundate și se folosesc pentru a reține direcția tangentei. Astfel,

PCT $P, P = \text{TANG } A \text{ CERC } O, r$

definește punctul P (spre marginea ecranului) astfel că dreapta AP este tangentă la cerc. Tangenta este desenată cu:

DR A, P

In enunțul problemelor de loc geometric intervine un element variabil (un punct variabil pe un segment dat, un punct variabil pe un cerc, etc). Pentru a defini un astfel de punct se folosește propoziția:

VAR punct SEGMENT stinga dreapta

sau:

VAR punct CERC centru raza

in care "punct", "stinga", "dreapta" și "centru" sînt date cu cite o majusculă, iar raza cu o minusculă. In momentul definirii punctului variabil, se cere valoarea minimă și cea maximă a parametrului de descriere a segmentului (o valoare din intervalul $[0,1]$) sau cercului (unghiul in radiani). De asemenea se cere numărul de puncte ale locului geometric care se doresc a fi afișate.

Prin propoziția:

LOC punct

se definește locul geometric, ca fiind mulțimea punctelor "punct".

Prin propoziția:

$$\text{INT} (elem1, elem2) = \text{PCT } p1 [,p2]$$

se definește un punct (sau două) ca intersecție a două figuri geometrice precizate prin *elem1* și *elem2*. Acestea pot fi sau drepte sau cercuri. In cazul in care ambele sînt linii drepte rezultatul este un singur punct, iar in cazul intersecției unei drepte cu un cerc, sau a două cercuri, se definesc două puncte. (In descrierea propoziției parantezele drepte nu fac parte din sintaxă, reprezintă faptul că *p2* este opțional.)

Prin propoziția:

$$\text{PERP } B, (C, D), P$$

se definește o dreapta ce trece prin punctul *B* și este perpendiculară pe *CD*. *P* este punctul in care perpendiculara taie dreapta *CD*.

Prin propoziția:

$$\text{PERP } B, A, B, P$$

se cere trasarea perpendicularei in *B* pe dreapta *AB*. Se definește și un punct (spre marginea ecranului) astfel incit *BP* este perpendiculara dorită. Se observă că parantezele folosite mai sus sînt opționale, ca de altfel și celelalte semne de punctuație, care au doar rolul de a separa punctele. Astfel scrierea:

$$\text{PERP } B A B P$$

este corectă dar:

PERP B AB P

este greșită intrucit A și B nu sînt separate de nici un caracter.
Prin propoziția:

MEDN A, (B, C), P

se definește mediana AP dusă din A pe latura BC a triunghiului.
Prin propoziția:

MEDT A, B

se definește mediatoarea segmentului AB .

Pentru definirea bisectoarei avem propoziția:

BISECT A, B, C, P

care definește bisectoarea unghiului ABC , P fiind punctul în care bisectoarea taie latura opusă AC .

Înălțimea unui triunghi poate fi definită prin propoziția:

INALT A, (B, C), P

care reprezintă înălțimea AP dusă din A pe BC .

Se pot defini și triunghiuri prin propoziția:

TRIUNGHI A, B, C

Exemplul 1. Fie A un punct fix și M un punct mobil pe un cerc dat. Să se afle locul geometric al punctului P , mijlocul segmentului AB .

Descrierea acestei probleme în limbajul definit mai sus este:

FIE $r = 40$

PCT $A = 10, 20$

PCT $C = 130, 90$

CERC C, r

VAR M CERC C, r

PCT $P = A, M, 0.5$

LOC P

Exemplul 2. Fie A un punct fix și M un punct mobil pe un cerc dat. Să se afle locul geometric al mijlocului coardei determinate de dreapta AM .

Descrierea problemei este :

PCT A = 10 , 10
 FIE r = 40
 PCT O = 128 , 88
 CERC O , r
 VAR M CERC O , r
 INT (DREAPTA (A , M) ; CERC (O , r)) = PCT M , Q
 PCT P = Q , M , 0.5
 LOC P

Exemplul 3. În triunghiul dreptunghic ABC ipotenuza BC este fixă, iar virful A este variabil. Se prelungește BA cu $AD = BA$, se unește mijlocul E al laturii BC cu D și se notează cu M punctul de intersecție dintre dreptele ED și AC . Se cere locul geometric al punctului M .

Descrierea problemei este următoarea:

PCT B = 70 , 90
 PCT C = 150 , 90
 PCT E = B , C , 0.5
 DIST r = E , B
 CERC E , r
 VAR A CERC (E , r)
 PCT D = B , A , 2
 INT (DREAPTA E , D , DREAPTA A , C) = PCT M
 LOC M

Exemplul 4. Se dă un triunghi ABM înscris într-un cerc, cu virfurile A și B fixe, și M variabil. Se cere locul geometric al centrului de greutate al triunghiului.

Descrierea problemei:

PCT A = 90 , 40
 PCT B = 160 , 40
 PCT C = 125 , 170
 CERC A , B , C
 CENTRU A , B , C = O

DIST $r = O, B$
 VAR $M \text{ CERC } O, r$
 TRIUNGHI A, B, M
 PCT $R = A, M, 0.5$
 PCT $D = A, B, 0.5$
 INT (DREAPTA $M, D, \text{DREAPTA } B, R) = \text{PCT } G$
 LOC G

Exemplul 5. Se dă un triunghi ABC , $AB=AC$. Pe $[AB]$ se ia un punct M , iar pe $[AC]$ un punct N astfel încât $AM=CN$. Se cere locul geometric al mijloacelor segmentelor MN când M parcurge segmentul AB .

Descrierea problemei este:

PCT $A \ 125 \ 170$
 PCT $B \ 85 \ 10$
 PCT $C \ 165 \ 10$
 TRIUNGHI $A \ B \ C$
 VAR $M \text{ SEGM } A \ B$
 DIST $a \ A \ B$
 DIST $x \ A \ M$
 PCT $N \ C \ A \ x/a$
 SEGM $M \ N$
 PCT $L \ M \ N \ 1/2$
 LOC L

Exemplul 6. Se dau două cercuri concentrice de raze r și s ($s>r$). Pe cercul de rază r se alege un punct fix P , iar pe cercul de rază s se alege un punct variabil B . Dreapta BP intersectează a doua oară cercul de rază s în C , iar perpendiculara în P pe dreapta BC intersectează cercul de rază r în A (A coincide cu P dacă această perpendiculară este tangentă la cercul de rază r). Se cere locul geometric al mijloacelor segmentelor AB când B parcurge cercul mare. (Problemă dată la Olimpiada internațională, Canberra, 1988).

Descrierea problemei:

PCT $O = 128, 88$
 FIE $s = 76$

```

FIE r = 55
CERC O r
CERC O s
PCT P O s 0.
VAR B CERC O s
INT DR B P CERC O r PCT P C
PERP P B P X
INT DR P X CERC O r PCT A P
PCT M A B 0.5
LOC M

```

Se poate remarca faptul că pentru o problemă există mai multe moduri de descriere care dau același rezultat. În limbajul descris pentru separator se poate folosi orice caracter diferit de litere, cifre și punct. În exemplele de mai sus s-au folosit virgula, spațiul și parantezele.

Utilizarea programului.

Programul LoGeo este scris în BASIC pentru calculatoarele personale compatibile cu Sinclair ZX Spectrum (HC-85, Tim-S, Cobra, etc), și poate fi obținut direct de la autori.

După lansarea în execuție cu comanda RUN, după un scurt semnal, programul cere introducerea problemei în limbajul definit în paragraful anterior. Fiecare instrucțiune (propoziție) se introduce pe cite o linie de cel mult 80 caractere. Sfârșitul unei linii se marchează prin apăsarea tastei ENTER (sau CR). Ultima linie trebuie să conțină un singur caracter \$. În acest moment pe ecran apare un mic meniu sub forma:

```

L listare R rulare E editare
I inserare S oprire

```

Dacă se tastează L (fără a mai tasta și ENTER), pe ecran apare textul problemei, fiecare linie avind un număr de ordine.

Dacă se tastează R, programul desenează pe ecran problema specificată, marcind prin puncte locul geometric.

Erorile de sintaxă a propozițiilor sînt verificate la prima execuție a figurii. La întilnirea primei erori, se dă numărul liniei eronate cu un mesaj de eroare și se trece la meniu.

Dacă în timpul trasării unei figuri se apasă o tastă careca-

re, atunci la terminarea desenării figurii imaginea se oprește. La o nouă apăsare a unei taste se construiește figura următoare.

Dacă în timpul desenării unei figuri programul depistează o eroare, cum ar fi:

- cerc dat prin trei puncte coliniare;
- raportul a două numere cu numitor nul;
- un punct iese în afara ecranului de $[0,255] \times [0,175]$;
- tangenta la cerc dintr-un punct interior;
- intersecția a două elemente este mulțimea vidă;
- cerc de rază negativă, etc,

atunci se dă un mesaj de eroare. Dacă fenomenul apare la prima figură, atunci după mesajul de eroare se revine la meniu, dacă apare la figurile următoare, atunci se trece la o nouă figură pentru poziția următoare a punctului variabil.

Dacă se tastează *E* în meniu, programul intră în mod de editare, permițând modificarea oricărei linii. Se cere numărul liniei de modificat (de editat). Pe ecran apare linia specificată cu marcarea pozițiilor din linie. Se poate specifica o secvență din această linie care urmează a fi modificată. Specificarea se face prin pozițiile de început și de sfârșit; care pot fi și identice, în care caz se modifică o singură poziție. Noua secvență care va înlocui pe cea specificată se introduce după ce apare în linia de jos a ecranului simbolul "*". Cele două secvențe pot avea și lungimi diferite. Dacă noua secvență este vidă (după * se introduce imediat **ENTER**) secvența veche se șterge. Dacă se șterg toate caracterele unei linii, se șterge întreaga linie.

Inserarea unei secvențe după o poziție dată se face prin înlocuirea caracterului respectiv cu o secvență care începe cu același caracter. De exemplu, în linia:

1	2	3
123456789012345678901234567890		

PCT A=90

vrem să inserăm 80 înaintea lui 90. Procedăm astfel:
De la: 15 la: 15

* 80 , 9

Cea mai mare poziție care poate fi specificată într-o editare este poziția ultimului caracter diferit de spațiu al liniei respective. După o editare apare din nou textul "De la: la:" așteptând o nouă editare a aceleiași linii. Editarea unei linii se termină dacă introducem 0 (zero) ca poziție de început de secvență. (Poziția de sfârșit poate fi orice număr în acest caz.)

Inserarea unei linii noi se face cu comanda I. Se cere numărul liniei de inserat. Acest număr poate fi între 1 și $n+1$, unde n este numărul ultimei linii. Inserarea se face înaintea liniei specificate.

Cu comanda S se termină execuția programului. Dacă dorim să salvăm programul pe casetă împreună cu problema introdusă, acest lucru este posibil cu ajutorul comenzii SAVE. La o nouă încărcare, dacă se lansează execuția nu cu RUN, ci cu GO TO nr (unde "nr" este numărul liniei unde începe meniul) programul începe execuția cu afișarea meniului. Este bine să verificăm existența problemei păstrate prin lansarea comenzii L. Dacă dorim să salvăm programul fără problema dată, înainte de comanda SAVE se lansează comanda CLEAR.

O primă versiune a programului LoGeo este deja operațională. Limbajul acceptat va fi extins după ce prezentul limbaj va fi suficient de mult experimentat, pentru a depista elemente noi necesare spre a-l face cât mai comod de utilizat.

5.7. Programul 25: ECINEL.

După o experiență de rezolvitor și de profesor la clasă se constată că rezolvarea anumitor tipuri de probleme se poate face cu ajutorul unor algoritmi. Programul pe care îl prezentăm are drept scop asigurarea unei asistențe rezolvitorului (elevului) de probleme exponențiale sau logaritmice. Asistența calculatorului constă în recomandarea unor algoritmi cu ajutorul cărora să se poată rezolva aceste probleme. Deci se dorește a realiza o învățare asistată de calculator a algoritmilor propuși a fi utilizați în rezolvarea de ecuații sau inecuații exponențiale sau logaritmice. Așadar programul nu realizează o suplینire a informațiilor din manualele școlare, deoarece algoritmi prezentați nu se găsesc în ele, ci mai degrabă o sistematizare, o completare a cunoștințelor dobândite din manuale și de la clasă. Așa cum se de-

deduce, fiind un instrument util în învățare, programul (algoritmii prezentați) este util elevilor care vor să învețe cum se poate aborda rezolvarea problemelor de la capitolul ecuații și inecuații exponențiale sau logaritmice. Acest program se poate utiliza la clasă, dar mai util este în pregătirea individuală a elevilor. La clasă algoritmi din program pot fi prezentați elevilor și sub forma unor planșe, fișe sau pe folie de retroproiector. Forma de prezentare a lor se alege în funcție de dotarea materială și este la dispoziția profesorului.

Menționăm că stabilirea algoritmilor și realizarea programului s-au făcut cu participarea profesoarei Maria Toadere de la Liceul industrial nr. 8 din Cluj-Napoca.

În funcție de problema concretă pe care utilizatorul programului o are de rezolvat, beneficiind de indicațiile programului, el va efectua calculele singur. Elevul (utilizatorul) va furniza programului unele informații despre problema pe care o are de rezolvat, în funcție de care se vor afișa indicații de lucru pentru rezolvarea problemei. Așadar rezolvatorul își alege traseul corespunzător problemei pe care o are de rezolvat. Programul este conceput ca să dea indicații pentru oricâte probleme, pe rând. După parcurgerea oricărui traseu programul revine la început și deci, dacă rezolvatorul a ales un traseu greșit, el poate consulta și alte trasee.

Algoritmii prezentați urmăresc transformarea ecuațiilor sau a inecuațiilor în una dintre formele particulare, precizate de către program, forme numite și "puncte de trecere" deoarece după efectuarea transformării ecuația (inecuația) își schimbă forma exponențială sau logaritmă într-o altă formă, polinomială de obicei, din care se vor afla soluțiile. Trebuie să precizăm că pentru inecuații se propun aceleași transformări ca și pentru ecuații.

Deși punctele de trecere sînt scopul final al transformărilor propuse, ele sînt plasate la începutul fiecărui traseu, de la ele făcîndu-se ramificații în funcție de formele posibile ale ecuațiilor și inecuațiilor.

Mod de utilizare. După lansarea programului sau după sfîrșitul fiecărui traseu pe ecran apare meniul:

Programul ofera indicatii pentru rezolvarea de:

- 1 - ecuatii exponentiale
- 2 - ecuatii logaritmice
- 3 - inecuatii expon. sau log.

Tastati numarul corespunzator tipului de problema ce doriti sa o rezolvati sau 0 pt. stop

În locul prezentării funcționării programului vom arăta pe rând succesiunea conținutului ecranelor de monitor pentru fiecare traseu în parte. Pentru a arăta că anumite informații apar în același ecran aceste informații vor fi încadrate în dreptunghiuri. Pentru fiecare ecran vom scrie în fața sa, stînga sus, informația care a trebuit introdusă succesiv de la ultima apariție a meniului pentru ca monitorul să conțină informațiile respective. Informațiile care trebuie introduse prin apăsarea tastei CR (RETURN) vor fi subliniate, iar dacă într-un anumit loc pentru continuare se poate apăsa pe orice tastă (fără a fi necesară apăsarea tastei CR) acest lucru se precizează prin scrierea literei "c" (de la caracter)

1

11

Dorim sa ajungem la una dintre formele numite puncte de trecere

1. $a^{\underline{f(x)}} = a^{\underline{g(x)}}$

2. $a^{\underline{f(x)}} = b$

3. $a^{\underline{f(x)}} = b^{\underline{f(x)}}$

4. $a^{\underline{f(x)}} = b^{\underline{g(x)}}$

Dacă ecuația are una dintre forme tasteți numărul respectiv altfel 0

Se va rezolva ecuația:

$$f(x)=g(x),$$

dacă baza conține necunoscut și ecuațiile:

$$a=1 \quad a=0 \quad a=-1.$$

Soluțiile se vor verifica.

Pentru a continua tasteți orice

12

Se va rezolva ecuatia:

$$f(x) = \log_a b$$

Iar daca exponentul (adica $f(x)$) este exprimat cu logaritmi in baza c se va rezolva ecuatia:

$$f(x) \log_c a = \log_c b$$

Pentru a continua tastati orice

13

Se va rezolva ecuatia:

$$f(x) = 0$$

daca o baza contine necunoscuta se vor rezolva si ecuatiile

$$a=b \quad a=-b.$$

Solutiile se vor verifica

Pt. a continua tastati orice

14

Se va rezolva ecuatia:

$$f(x) = g(x) \log_a b$$

Iar daca un exponent ($f(x)$ sau $g(x)$) este exprimat cu logaritmi in baza c se va rezolva ecuatia:

$$f(x) \log_c a = g(x) \log_c b$$

Pentru a continua tastati orice

Dacă ecuația nu are forma unui punct de trecere mai întâi se vor face transformări în ce privește numărul de baze și numărul de termeni al ecuației, iar apoi în funcție de forma ecuației se va preciza calea de urmat pentru a ajunge la un punct de trecere

sau, dacă ecuația nu are nici una dintre formele prestabilite, se vor indica și unele cazuri exceptate împreună cu modul de abordare al acestora.

10

10c

Se va considera baza numai dacă puterea conține necunoscuta la exponent

Pentru a obține mai puține baze aplicați formulele:

descomp. în factori (ex: $24=2^3 \cdot 3$)

transf. fracțiilor ($0,25=1/4=2^{-2}$)

$$a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

$$\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_b a$$

Pentru a continua apăsați orice

Se vor face grupări de termeni și se vor scoate factori comuni. Dacă nu se poate ajunge la forma produs=0 atunci trebuie ca în paranteze să nu rămână necunoscuta la exponent.

Atenție la formule, deoarece

$$a^{3x} + a^{2x} = a^x(a^3 + a^2) \text{ E GRESIT}$$

$$a^{3x} + a^{2x} = a^x(a^{2x} + a^x) \text{ E CORECT}$$

Pt. a continua apăsați orice

10cc

Dati nr. de termeni al ecuației

10cc2

Ecuația are doi termeni
Dati numărul bazelor:

10cc21

Ecuatia este de forma:

$$pa^{f(x)} = qa^{g(x)}$$

Se inmulteste cu $a^{-g(x)/p}$ si se va ajunge la un punct de trecere

Pentru a continua tastati orice

10cc3

Ecuatia are trei termeni.

Dati numarul bazelor:

10cc22

Ecuatia poate fi:

$$1. pa^{f(x)} = qb^{f(x)}$$

dupa impartire cu $pb^{f(x)}$ se ajunge la un punct de trecere, sau

$$2. pa^{f(x)} = qb^{g(x)}$$

si in acest caz

fie transformam exponentii pt. a deveni egali (forma 1), fie se descompun coef. p si q in factori primi iar apoi se separa bazele.

Pt. a continua tastati orice

10cc31

Ecuatia are una dintre formele:

$$1. pa^{2f(x)} + qa^{f(x)} + r = 0$$

si notam $a^{f(x)} = y, y > 0$.

$$2. pa^{f(x)} + qa^{-f(x)} + r = 0$$

inmultind cu $a^{f(x)}$ se ajunge la forma 1.

$$3. pa^{2f(x)} + qa^{f(x)+g(x)} + ra^{2g(x)} = 0$$

inmultind cu $a^{-2g(x)}$ se ajunge la forma 1.

Pentru a continua tastati orice

10cc32

Ecuatia are una dintre formele

$$1. pa^{2f(x)} + q(ab)^{f(x)} + rb^{2f(x)} = 0$$

impartim cu $b^{2f(x)}$ si ajungem la o ecuatie de gradul 2

$$2. pa^{f(x)} + qb^{f(x)} + r = 0 \text{ dar}$$

produsul bazelor=1(ex: a=3-sqr8 b=3 + sqr(8)), atunci

inmultind cu $a^{f(x)}$ se va

la o ecuatie de gradul 2.

Pt. a continua tastati orice

În cazul în care ecuația are mai mult de trei termeni sau are trei termeni și trei baze (după ce s-au făcut transformările propuse) atunci ecuația se consideră a fi de un tip exceptat și se propun două forme de asemenea ecuații urmînd ca rezolvitorul să decidă în ce caz este problema pe care dorește el să o rezolve. În acest caz conținutul ecranului este:

Situații exceptate posibile:

1. Există o valoare c astfel ca:
membrul 1 $\geq c$ și membrul 2 $\leq c$

atunci se rezolvă sistemul:
fiecare membru = c .

$f(x)$

ex: $a = \cos g(x)$, cu $f(x) \geq 0$
și $a \geq 1$ sau $f(x) \leq 0$ și $0 < a < 1$
Deci $c=1$.

2. Se va observa ca soluție un număr a , apoi pentru cazurile:
I. $x < a$ și II. $x > a$ se va demonstra pe baza monotoniei ca membrul I $>$ (sau $<$) membrul II.

Pentru a continua tastati orice

Astfel au fost prezentate toate ramurile pentru ecuațiile exponențiale. Urmează acum să prezentăm traseele oferite de program în cazul în care la apariția meniului se introduce 2.

Forim sa ajungem la una dintre
formele numite puncte de trecere

$$1. \log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$2. \log_a f(x) = b$$

Daca ecuatia are una dintre for-
me tastati numarul respectiv
altfel 0

Se va rezolva ecuatia:

$$f(x) = g(x)$$

Apoi solutiile se:

-verifica in ec.initiala
sau

-verifica in conditiile puse
sau

-intersecteaza cu dom.de def

Pt. a continua tastati orice

Se va rezolva ecuatia:

$$f(x) = a^b$$

Apoi solutiile se:

- verifica in ec.initiala
sau

-verifica in conditiile puse

sau

-intersecteaza cu dom.de def.

Pentru a continua tastati orice

Se vor face transformarile:

1.Obtinerea unei baze unice
cu formulele:

$$a) \frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$$

$$b) \log_a b \log_c a = \log_c b$$

$$c) \log_a b = 1 / \log_b a$$

$$d) \log_x b = (1/x) \log b$$

Pt.a continua tastati orice

Toti logaritmi au aceeași baza dar ecuația:

1. Contine (după eventuala eliminare a numitorilor) produse sau puteri de logaritmi sub radicali

2. Nu contine nici o situație dintre cele de la 1.

Obs. Se va considera logaritmul numai dacă există necunoscuta în baza sa sau în expresia sa.

Tastați numărul corespunzător cazului ecuației.

Se vor face transformări utilizând formulele:

$$a) \log_a A^b = b \log_a A$$

$$b) \log_a (AB) = \log_a A + \log_a B$$

$$c) \log_a (A/B) = \log_a A - \log_a B$$

pentru că în ecuație să fie un singur logaritmul. Se face substituție și se va obține o ecuație algebrică.

Pt. a vedea punctele de trecere tasteți 1 altfel tasteți 2

Se va ajunge la punct de trecere dacă se aplică formulele:

$$a) b \log_a A = \log_a A^b$$

$$b) b = \log_a A^b$$

$$c) \log_a A + \log_a B = \log_a (AB)$$

$$d) \log_a A - \log_a B = \log_a (A/B)$$

Pentru a vedea punctele de trecere tasteți 1 altfel tasteți 0

Dacă inecuația nu are forma unui punct de trecere se aplică transformările date pentru ecuației până se va obține un punct de trecere de tipul celor de la ecuații.

Tastați

Pentru transformările:

de la exponențiale - 1,

de la logaritmice - 2,

Pentru puncte de trecere:

de la exponențiale - 3,

de la logaritmice - 4,

Pentru indicații

privind trecerea - 5,

Pentru alta problemă - 6,

Pentru stop - 7.

Se va afla dom. de def., se va afla sol. inec. obtinute dupa trecere si cele doua multimi se vor intersecta

Pt. efectuarea trecerii in functie de baza deosebim cazurile:

1. baza are pozitie cunoscuta fata de 1

2. baza depinde de un parametru (alta litera decit necunoscuta)

3. baza depinde de necunoscuta.

Introduceti cazul punctului de trecere

Pentru baza > 1 se pastreaza sensul.

Pentru baza subunitara (intre 0 si 1) se schimba sensul.

Obs.E vorba despre sensul dintre expresiile la care se ajunge prin punctele de trecere de la ecuatii

Se face discutie alegind cazurile:

1. baza > 1 caz in care se trece cu acelasi sens,

2. baza > 0 si baza < 1 caz in care se trece cu sens schimbat

Obs.E vorba despre sensul dintre expresiile la care se ajunge prin punctele de trecere de la ecuatii

Se rezolva sistemele de inec.:

I. baza > 1 si inecuatiile obtinute din punctul de trecere prin pastrarea sensului.

II. baza > 0 si baza < 1 si inecuatiile obtinute din punctul de trecere prin schimbarea sensului.

Pt.a continua tastati orice

6. PROGRAME PENTRU IBM-PC.

Limbajele GWBASIC, BASICA și TURBO BASIC sînt variantele limbajului BASIC utilizabile pe calculatoare IBM PC sau compatibile cu ele. În acest capitol prezentăm programele din capitolele precedente cu modificările minime necesare pentru a putea fi rulate pe calculatoare IBM PC. Înainte de textele sursă trecem în revistă instrucțiunile grafice, care diferă mult de cele utilizate în programele prezentate.

În mod grafic pot fi utilizate MaxX pixeli pe orizontală (axa OX), MaxY pixeli pe verticală (axa Oy), originea (0,0) fiind în colțul stînga sus, deci pixelii pe orizontală au adresele de la 0 la MaxX-1, iar pe verticală au adresele de la 0 la MaxY-1. Prezentăm cîteva valori posibile pentru MaxX și MaxY:

Ecran	MaxX	MaxY
EGA, rezoluție medie	320	200
EGA, rezoluție mare	640	200
EGA, rezoluție foarte mare	640	350
EGA, monocrom	640	350
VGA, rezoluție mare	640	480
Hercules(monocolor)	720	348

=====

SCREEN - fixează modul de lucru al ecranului

=====

Sintaxa : SCREEN [mod] [, [semnal-culoare]] [, [paga]] [, [pagv]]

- mod = 0 - mod text, fără modificare lungime linie
- 1 - mod grafic, rezoluție medie, lățime linie 40
- 2 - mod grafic, rezoluție mare, lățime linie 80
(Obligatorie pentru ecran Hercules)
- 7 - mod grafic, rezoluție medie, EGA color
- 8 - mod grafic, rezoluție mare, EGA color
- 10 - mod grafic, rezoluție mare, EGA monocrom

- 11 - mod grafic, rezoluție mare, VGA sau MCGA, alb și negru.
- 12 - mod grafic, rezoluție mare, VGA color
 semnal-culoare -Are valoarea 0 sau 1, și controlează informațiile de culoare.
 În mod text 0 : fără culoare
 În rezoluție medie 0 : cu culoare.
- page - întreg între 0 și 7, reprezentînd pagina activă în care se scrie
- pagv - întreg între 0 și 7 reprezentînd pagina vizuală care apare pe ecran

PSET și PRSET - desenează un punct pe ecranul grafic

Sintaxa: PSET (x,y) [,culoare]
 PRSET (x,y) [,culoare]

Desenează punctul de coordonate (x,y) cu culoarea specificată. Dacă culoarea este specificată, cele două forme acționează la fel. Diferența între ele este că valoarea implicită a culorii la PSET este valoarea maximă posibilă, iar la PRSET această valoare este 0, ceea ce înseamnă că fără valoarea culorii PSET desenează, iar PRSET șterge punctul.

CIRCLE - desenează un cerc

Sintaxa :

CIRCLE (x,y), raza [,culoare [,inceput,sfîrșit [,aspect]]]

Desenează un cerc de centru (x,y), raza și culoarea dată. Dacă se specifică începutul și sfîrșitul în radiani atunci se desenează un arc de cerc. Pentru un cerc corect trebuie specificată valoarea variabilei aspect. Valoarea implicită este 5/6 pentru rezoluție medie și 5/12 pentru cea mare.

LINE - desenează un segment de dreaptă

Sintaxa:

LINE [(x1,y1)] - (x2,y2) [,culoare] [,B[F]]

Desenează un segment ce unește punctul (x1,y1) cu (x2,y2), sau punctul curent cu (x2,y2) cu culoarea specificată. Cu obțiunea B desenează un dreptunghi, cu F îl colorează.

```
1  REM Programul 1 : EUCLID
2  REM *****
3  REM Algoritmul lui Euclid
4  REM Datele problemei : n1, n2 - numere intregi
5  REM Rezultatul obtinut: d=(n1,n2), c.m.m.d.c al lui n1 si n2
6  REM *****
10 INPUT "n1="; N1
20 INPUT "n2="; N2
30 LET D=N1 : LET I=N2
40 IF I=0 THEN GOTO 100
50   LET Q=INT(D/I)
60   LET R=D-Q*I
70   LET D=I
80   LET I=R
90 GOTO 40
100 PRINT: PRINT "Cel mai mare divizor comun al numerelor"
110 PRINT "n1 =" ; N1 ; ", n2 =" ; N2 ; " este d =" ; D
120 PRINT
130 STOP
```

```

1  REM Programul 2 : PROGRESIE
2  REM *****
3  REM Progresie aritmetica cu ratia r si primul termen a.
4  REM Se tiparesc primii n termeni
5  REM *****
10 INPUT "Ratia ="; R
20 INPUT "Primul termen ="; A
30 INPUT "Numarul termenilor ="; N
40 LET T=A
50 FOR I=1 TO N
60   PRINT "t (; I; ")="; T
70   LET T=T+R
80 NEXT I
90 STOP

```

```

1  REM Programul 3 : HORNER
2  REM *****
3  REM Schema lui Horner
4  REM *****
10 INPUT "Gradul polinomului= "; N
20 LET N1=N+1 30 DIM P(N1),Q(N1)
40 FOR I=1 TO N1
50   PRINT "P (; I-1; ") =";
60   INPUT P(I)
70 NEXT I
80 INPUT "a ="; A
90 LET Q(1)=P(1)
100 FOR I=2 TO N1
110   LET Q(I)=A*Q(I-1)+P(I)
120 NEXT I : PRINT
130 PRINT "Coeficientii citului din impartirea: P(X) / X-a sint"
140 PRINT
150 FOR I=1 TO N
160   PRINT "Q (; I-1; ") ="; Q(I)
170 NEXT I
180 PRINT
190 PRINT "Restul impartirii ="; Q(N1)
200 PRINT
210 STOP

```

```

1  REM PROGRAMUL 4 : POLINOM
2  REM *****
3  REM Valoarea a doua polinoame P(X) si Q(X) pentru un X dat
4  REM *****
10 DEF FN F(T) = EXP(-T/2)*T-SIN(T)
20 INPUT "Gradul polinomului=";N
30 INPUT "Valoarea lui x="; X
40 LET N1=N+1
50 DIM P(N1)
60 FOR I=1 TO N1
70     LET P(I) = FN F(2*I+1)
80 NEXT I
90 GOSUB 200
100 PRINT "P("; X; ")="; V
110 REM Al doilea polinom este notat tot prin P intrucit asa
111 REM     se cere in subprogram
120 FOR I=1 TO N1
130     LET P(I)=FN F(I*I+I+1)
140 NEXT I
150 GOSUB 200
160 PRINT "R("; X; ")="; V
170 STOP
200 REM Subprogram care calculeaza V = P(X)
201 REM     bazat pe schema lui Horner
210 LET V=P(1)
220 NEXT I220 FOR J=1 TO N1
230     LET V=V*X+P(J)
240 NEXT J
250 RETURN

```

```

1  REM programul 5 : CERC
2  REM *****
10 A=125: B=100: R1=75: R=20
20 INPUT "n=";N: INPUT "v=";V
30 K=1: SCREEN 1,0
40 FOR I=1 TO N
50     COLOR K: CLS
60     FOR AL=0 TO 6 283 STEP V
70         X=A+R1*COS(AL): Y=B-R1*SIN(AL)

```

```

80 IF AL <> 0 THEN CIRCLE (XO,YO),R,0
90 CIRCLE (X,Y),R,1
100 XO=X : YO=Y
110 NEXT AL
120 K=1+K
130 NEXT I
140 COLOR 0

```

```

1 REM Programul 6 : PATRAT
2 REM *****
10 DIM A(5): DIM B(5): DIM X(5): DIM Y(5)
20 FOR I=1 TO 4
30 PRINT "Coord.punctului nr. ";I
40 INPUT "A=";A(I): INPUT "B=";B(I)
50 NEXT I
60 INPUT "Pas modif.latura ";PL
70 INPUT "Pas unghi(in grade) ";PU
80 LET PU=3.1415*PU/180
81 REM PU va fi in radiani
90 INPUT "Nr.de patrate ";N
100 INPUT "Nr.de cicluri ";M
110 LET L=SQR((A(2)-A(1))*(A(2)-A(1))+(B(2)-B(1))*(B(2)-B(1)))
120 LET A(5)=A(1): LET B(5)=B(1)
130 LET E=0: LET C=4
140 LET U=125: LET V=87
150 FOR I=1 TO M
160 SCREEN 1,0: CLS
170 FOR K=1 TO N
180 LET L1=L+(K-1)*PL: LET AL=(K-1)*PU
190 FOR J=1 TO 4
200 LET X(J)=INT(L1/L*(A(J)*COS(AL)-B(J)*SIN(AL))+.5)+U
210 LET Y(J)=INT(L1/L*(A(J)*SIN(AL)+B(J)*COS(AL))+.5)+V
220 NEXT J
230 LET X(5)=X(1): LET Y(5)=Y(1)
250 FOR J=2 TO 5
260 LINE (X(J-1),199-Y(J-1))-(X(J),199-Y(J))
270 NEXT J
280 NEXT K

```

```

290 LET E=E+1: IF E>7 THEN LET E=0
300 LET C=C+1: IF C>7 THEN LET C=0
310 NEXT I
320 STOP

```

```

1  REM Programul 7 : ECUATIE2
2  REM *****
3  REM Rezolvarea ecuatiei de grad II  $ax^2 + bx + c = 0$ 
4  REM *****
10 PRINT "Coeficientii ecuatiei:"
20 INPUT "a ="; A
30 INPUT "b ="; B
40 INPUT "c ="; C
50 CLS: PRINT
60 PRINT "Coeficientii ecuatiei sint:"
70 PRINT "a ="; A
80 PRINT "b ="; B
90 PRINT "c ="; C
100 IF A=0 THEN GOTO 300
110 LET D=B*B-4*A*C
120 PRINT "Valoarea discriminantului este D ="; D
130 IF D<0 THEN GOTO 240
140 IF D=0 THEN GOTO 210
150 PRINT : PRINT "D>0, radacini reale distincte"
160 LET X1=(-B-SQR(D))/(2*A)
170 LET X2=(-B+SQR(D))/(2*A)
180 PRINT : PRINT "x1 ="; X1
190 PRINT "x2 ="; X2
200 GOTO 310
210 PRINT : PRINT "D=0, radacini reale confundate"
220 LET X1=-B/(2*A): LET X2=X1
230 GOTO 170
240 PRINT : PRINT "D<0, radacini complexe conjugate"
250 LET X1=-B/(2*A)
260 LET X2=SQR(-D)/(2*A)
270 PRINT : PRINT "Partea reala ="; X1
280 PRINT "Partea imaginara ="; X2
290 GOTO 310

```

```

300 PRINT : PRINT "Ecuatia nu este de gradul doi"
310 PRINT : PRINT "Dati alte valori (1=DA, 0=NU) ? ": INPUT N
320 IF N=1 THEN CLS: GOTO 10
330 STOP

```

```

1  REM Programul 8a : COMBI1
2  REM *****
3  REM Analiza combinatorie.
4  REM *****
10 PRINT : PRINT "Datele de intrare"
20 INPUT "n ="; N : INPUT "k ="; K
30 CLS : PRINT "n ="; N: PRINT "k ="; K
40 IF N>33 THEN PRINT :PRINT "P ("; N
50 IF N<0 OR K<0 OR N<>INT(N) OR K<>INT(K) THEN GOTO 280
60 IF N=0 THEN PRINT: PRINT "Functiile A,C,P nedefinite":GOTO 290
70 REM n! -----
80 LET R=N
90 GOSUB 380
100 LET A2=F
110 IF K=0 THEN GOTO 320
120 IF K>N THEN PRINT:PRINT "k > n - functii nedefinite":GOTO 290
130 REM ---- k! -----
140 LET R=K
150 GOSUB 380
160 LET A1=F
170 REM ---- (n-k)! -----
180 LET R=N-K
190 GOSUB 380
200 LET A3=F
210 LET A=A2/A3
220 LET C=A2/(A1*A3)
230 PRINT: PRINT "A ("; N; ", "; K; ") ="; A
240 PRINT: PRINT "C ("; N; ", "; K; ") ="; C
250 LET P=A2
260 PRINT : PRINT "P ("; N; ") ="; P
270 GOTO 290

```

```

280 PRINT : PRINT "Valoare imposibila pentru n (sau k)!"
290 PRINT : PRINT "Dati alte valori (1=DA, 0=NU) ?": INPUT N
300 IF N=1 THEN CLS : GOTO 10
310 STOP
320 A=1
330 C=1
340 GOTO 230
349 REM
350 REM -----
360 REM - R! -----
370 REM -----
380 LET F=1
390 FOR L=1 TO R
400 LET F=F*L
410 NEXT L
420 RETURN

```

```

1 REM Programul 8b : COMBI2
2 REM *****
10 REM Programul calculeaza C(n,k) pentru n,k dati
11 REM *****
20 INPUT "n=";N
30 INPUT "k=";K
40 IF N<0 OR K<0 THEN GOTO 300
50 IF N<> INT(N) THEN GOTO 300
60 IF K<> INT(K) THEN GOTO 300
70 IF N=0 OR K>N THEN GOTO 400
80 LET C=1
90 FOR J=1 TO K
100 LET C=C*(N-J+1)/J
110 NEXT J
120 PRINT "C("; N; ", "; K; ")="; C
130 STOP
299 REM
300 PRINT "Valori incorecte pentru n sau k"
310 PRINT "n="; N

```

```

320 PRINT "k="; K
330 STOP
399 REM
400 PRINT "Functie nedefinita"
410 GOTO 310

```

```

1   REM Programul 8c : COMBI3
2   REM *****
10  REM      Triunghiul lui Pascal
11  REM Se tipareste numai C(n,k) pentru n,k date
12  REM *****
30  INPUT "n="; N
40  INPUT "k="; K
44  IF N<2 THEN GOTO 200
45  IF K<0 OR K>N THEN GOTO 200
50  DIM V(N+1):  DIM N(N+1)
55  CLS
60  FOR J=2 TO N+1
62      LET V(J)=0
64  NEXT J
66  LET V(1)=1:  LET N(1)=1
80  FOR I = 2 TO N
90      FOR J=2 TO I
95          LET N(J)=V(J)+V(J-1)
100         NEXT J
110        FOR J=1 TO I
115            LET V(J)=N(J)
120        NEXT J
130    NEXT I
140    FOR J=2 TO K+1
145        LET N(J)=V(J)+V(J-1)
150    NEXT J
159    PRINT
160    PRINT "C("; N; ", "; K; ")="; N(K+1) : PRINT
170    STOP
200    PRINT "Date gresite"
210    PRINT "n=";N; " k=";K
220    GOTO 30

```



```

1  REM Programul 9:  MATRICE
2  REM *****
10 REM Se dau matricele A si B
11 REM Pt. Kod=1 se calculeaza C = A + B
12 REM Pt. Kod=2 se calculeaza C = A * B
13 REM *****
20 INPUT "Kod="; KOD
25 INPUT "Nr. linii A="; M1
30 INPUT "Nr. coloane A="; N1
35 INPUT "Nr. linii B="; M2
40 INPUT "Nr. coloane B="; N2
42 IF KOD=1 AND (M1<>M2 OR N1<>N2) THEN GOTO 300
43 IF KOD=2 AND (N1<>M2) THEN GOTO 300
45 DIM A(M1,N1), B(M2,N2), C(M1,N2)
50 FOR I=1 TO M1
55     FOR J=1 TO N1
60         PRINT "A(";I;",";J;")=";: INPUT A(I,J)
65     NEXT J
70 NEXT I
75 PRINT
80 FOR I=1 TO M2
85     FOR J=1 TO N2
90         PRINT "B(";I;",";J;")=";: INPUT B(I,J)
95     NEXT J
100 NEXT I
110 IF KOD=2 THEN GOTO 200
115 IF KOD<>1 THEN GOTO 500
120 REM Adunare
130 FOR I = 1 TO M1
140     FOR J = 1 TO N1
150         LET C(I,J) = A(I,J) + B(I,J)
160     NEXT J
170 NEXT I
180 GOTO 400
200 REM Produs
210 FOR I= 1 TO M1
220     FOR J=1 TO N2
230         LET C(I,J)=0
240         FOR K=1 TO N1
250             LET C(I,J)=C(I,J)+A(I,K)*B(K,J)
260         NEXT K
270     NEXT J
280 NEXT I

```

```

290 GOTO 400
300 PRINT: PRINT "Date gresite"
310 PRINT "Matricea A are"
312 PRINT M1;" linii"
314 PRINT N1;" coloane"
320 PRINT:PRINT "Matricea B are"
322 PRINT M2;" linii"
324 PRINT N2;"coloane"
330 STOP
400 REM Tiparirea rezultatelor
405 PRINT:PRINT "Matricea C este:"
410 FOR I=1 TO M1
420   FOR J=1 TO N2
430     PRINT "C(";I; ", "; J; ")="; C(I,J)
440   NEXT J
450 NEXT I
460 STOP
500 PRINT "Valoarea lui Kod e gresita"
510 PRINT " Kod = "; KOD
520 STOP

```

```

1  REM Programul 10 : NRE
2  REM *****
10 REM Se tiparesc primii n termeni ai unui sir convergent la
13 REM          numarul e
14 REM *****
20 INPUT "n="; N
30 LET A=1
40 LET T=1
50 FOR I=1 TO N
60   LET T=T/I
70   LET A=A+T
80   PRINT "a("; I; ")="; A
90 NEXT I
100 STOP

```

```

1  REM Programul 11a : FIB01
2  REM *****
10 REM Acest program calculeaza numerele lui Fibonacci
14 REM      cu indicele intre I1 si I2
20 REM *****
60 INPUT "I1=";I1
62 INPUT "I2=";I2
66 IF I1<3 THEN GOTO 200
70 IF I1>I2 OR I1<>INT (I1) OR I2<>INT (I2) THEN GOTO 200
75 CLS
90 DIM F(I2+1)
100 LET F(1)=0
110 LET F(2)=1
120 FOR I=3 TO I1
130 LET F(I)=F(I-1)+F(I-2)
140 NEXT I
150 FOR I=I1+1 TO I2+1
160 LET F(I)=F(I-1)+F(I-2)
170 PRINT "F(";I-1;")=";F(I)
180 NEXT I: PRINT
185 IF I2>35 THEN PRINT "Valori exacte sint numai pina la
      termenul de indice 35"
190 STOP
200 PRINT "Valori gresite"
210 PRINT "I1=";I1;" I2=";I2
220 PRINT "Trebuie ca I1>=3 si I1<=I2
230 GOTO 60

```

```

1  REM Programul 11b : FIB01
2  REM *****
10 REM Acest program calculeaza numerele lui Fibonacci
14 REM      cu indicele intre I1 si I2
20 REM *****
60 INPUT "I1=";I1
62 INPUT "I2=";I2
66 IF I1<3 THEN GOTO 200
70 IF I1>I2 OR I1<>INT (I1) OR I2<>INT (I2) THEN GOTO 200
75 CLS
90 DIM F(I2+1)

```

```

100 LET F(1)=0
110 LET F(2)=1
120 FOR I=3 TO I1
130 LET F(I)=F(I-1)+F(I-2)
140 NEXT I 150 FOR I=I1+1 TO I2+1
160 LET F(I)=F(I-1)+F(I-2)
170 PRINT "F(";I-1;")=";F(I)
180 NEXT I: PRINT
185 IF I2>35 THEN PRINT "Valori exacte sint numai pina la
                        termenul de indice 35"

190 STOP
200 PRINT "Valori gresite"
210 PRINT "I1=";I1;" I2=";I2
220 PRINT "Trebuie ca I1>=3 si I1<=I2
230 GOTO 60

```

```

1 REM Programul 12a : RADICAL1
10 REM *****
12 REM Acest program calculeaza o valoare aproximativa
16 REM pentru radicalul de ordin 2 dintr-o valoare data A
22 REM *****
70 DIM X(100)
80 INPUT "A="; A
90 IF A<0 THEN CLS:PRINT"Valoare negativa, dati alta ":GOTO 80
100 INPUT "EPS="; EP
110 LET X(1)=A
120 LET I=2
130 LET X(I)=(X(I-1)+A/X(I-1))/2
140 IF ABS (X(I)-X(I-1)) < EP THEN GOTO 170
150 LET I=I+1
160 GOTO 130
170 PRINT : PRINT "Radical de ordin 2 din ";A;" este";
175 PRINT " r = ";X(I)
180 PRINT "S-au efectuat ";I-1;" iteratii"
190 PRINT: STOP

```

```

1  REM Programul 12b :  RADICAL2
10 REM *****
12 REM Acest program calculeaza o valoare aproximativa pentru
14 REM     radicalul de ordin 2 dintr-o valoare data A
22 REM *****
70 LET I=1
80 INPUT  "A="; A
90 IF A<0 THEN CLS :PRINT "Valoare negativa, dati alta":GOTO 80
100 INPUT "EPS=";EP
110 LET XV=A
120 LET XN= (XV+A/XV)/2  130 IF ABS (XN-XV) < EP THEN GOTO 170
140 LET XV=XN
150 LET I=I+1
160 GOTO 120
170 PRINT:PRINT "Radical de ordin 2 din ";A;" este";
175 PRINT "     r="; XN
180 PRINT "S-au efectuat ";I" iteratii": PRINT
190 STOP

```

```

1  REM Programul 12c :  RADICALN
10 REM *****
12 REM Acest program calculeaza o valoare aproximativa pentru
16 REM     radicalul de ordin n dintr-o valoare data A
22 REM *****
60 INPUT "n=";N
70 LET I=1
80 INPUT  "A="; A
90 IF A<0 THEN CLS : PRINT "Valoare negativa, dati alta":GOTO 80
100 INPUT "EPS=";EP
110 LET XV=A
120 LET XN= ( (N-1)*XV+A/XV^(N-1) )/N
130 IF ABS (XN-XV) < EP THEN GOTO 170
140 LET XV=XN
150 LET I=I+1
160 GOTO 120
170 CLS
172 PRINT : PRINT "Radical de ordin n din ";A;" este" ;
175 PRINT "     r="; XN
180 PRINT "S-au efectuat ";I" iteratii" : PRINT
190 STOP

```

```

1  REM Programul 13 : COARDATG
2  REM *****
10 REM Cu acest program se afla radacina ecuatiei F(x)=0
11 REM      din intervalul [a,b]
12 REM F se def.in linia 30, derivatele I si II in 40 si 50.
13 REM *****
30 DEF FN F(X)=X^2-3
40 DEF FN D(X)=2*X
50 DEF FN S(X)=2
100 INPUT "a=";A
110 INPUT "b=";B
120 IF FNF(A)=0 THEN PRINT "Ecuatia are ca radacina pe",A:STOP
130 IF FNF(B)=0 THEN PRINT "Ecuatia are ca radacina pe",B:STOP
140 INPUT "Precizia EPS=";EP
150 IF FNF(A)*FNF(B)>0 THEN
    PRINT "Ec. nu are o singura radacina in [a,b]": STOP
155 LET R=(A+B)/2
160 IF FND(R)*FNS(R) > 0 THEN LET C=A: LET T=B: GOTO 180
170 LET C=B: LET T=A
180 LET T = T - FNF(T)/FND(T)
190 LET C = C - (T-C)*FNF(C) / (FNF(T)-FNF(C))
200 PRINT "c="; C; " t="; T
210 IF ABS(C-T)>=EP THEN GOTO 180
220 LET R=(C+T)/2
230 PRINT "Radacina este:";R

```

```

1  REM Programul 14 : TANGENTE
2  REM *****
10 REM Din punctul A(XA, YA) se duc tangentele AP si AQ la
11 REM ceroul de centru 0 si raza r.
12 REM Se presupune ca ceroul poate fi desenat pe ecran.
13 REM *****
20 INPUT "XA=";XA
22 INPUT "YA=";YA
24 INPUT "XO=";XO
26 INPUT "YO=";YO
28 INPUT "R="; R

```

```

30 LET XM=(XO+XA)/2
32 LET YM=(YO+YA)/2
40 LET D1=XM-XO: LET D2=YM-YO
44 LET R1=SQR( D1*D1+D2*D2 )
50 SCREEN 1,0 :CLS
60 CIRCLE (XO,199-YO),R
70 PSET (XO,199-YO): PSET (XA,199-YA)
85 LET MD=(XO-XA)*(XO-XA)+(YO-YA)*(YO-YA)
86 IF MD<=R*R THEN GOTO 500
90 IF YO=YM THEN GOTO 200
100 LET C1=(XO-XM)/(YM-YO)
110 LET C2=(R*R-R1*R1)/(YM-YO)
120 LET C3=C2-C1*(XO+XM)/(YM-YO)
122 LET C3=C3/2
130 LET MA=1+C1*C1
135 LET MB=XO-C1*C3
140 LET MC=C3*C3+XO*XO-R*R
145 LET MD=MB*MB-MA*MC
150 LET MR=SQR(MD)
160 LET X1=(MB+MR)/MA 165 LET X2=(MB-MR)/MA
170 LET Y1=YO+C1*X1+C3
175 LET Y2=YO+C1*X2+C3
180 GOTO 250
200 LET X1=XO*XO-XM*XM+R1*R1-R*R
205 LET X1/(XO-XM)/2
210 LET X2=X1
220 LET D=X1-XO: LET MD=R*R-D*D
225 LET MR=SQR(MD)
230 LET Y1=YO-MR
235 LET Y2=YO+MR
250 LET A$="P"
260 GOSUB 300
270 LET X1=X2: LET Y1=Y2
280 LET A$="Q"
285 GOSUB 300
290 STOP
300 REM Se traseaza o tangenta
320 PSET (X1,199-Y1)
330 LINE (XO,199-YO)-(X1,199-Y1)
340 RETURN
500 PRINT "A este interior cercului"

```

```

1  REM Programul 15 : GRAFIC
2  REM *****
10 REM Deseneaza graficul unei functii
11 REM *****
15 DEF FN F(X)=SIN(X*X)
20 DEF FN G(X)=INT((X-A)*319/(B-A)+.5)
30 DEF FN H(Y)=INT((Y-C)*190/(D-C)+.5)
40 CLS:PRINT "Programul deseneaza graficul functiei definite
      in linia 15"
50 PRINT "Urmeaza sa se precizeze datele initiale: a,b,c,d"
60 INPUT "a=";A:INPUT "b=";B
70 IF A<B THEN GOTO 90
80 PRINT "Eroare: trebuie ca a<b" : GOTO 60
90 INPUT "c=";C: INPUT "d=";D
100 IF C<D THEN GOTO 120
110 PRINT "Eroare: trebuie ca c<d" : GOTO 90
120 INPUT "Pasul pentru desenare, in nr.puncte ecran:";H
130 IF H>0 AND H<319 AND H=INT(H) THEN GOTO 150
140 PRINT "Eroare: Pasul trebuie sa fie intreg si cuprins intre
      1 si 319." : GOTO 60
150 LET H1=H*(B-A)/319
160 LET X=A
170 LET Y=FN F(X)
180 IF Y<C OR Y>D THEN GOTO 380 190 LET X1=0
200 LET Y1=FN H(Y)
210 SCREEN 1,0 : CLS
220 LET X2=X1: LET Y2=Y1
230 LET X=X+H1
240 IF X>B THEN GOTO 310
250 LET Y=FN F(X)
260 IF Y<C OR Y>D THEN GOTO 380
270 LET X1=FN G(X)
280 LET Y1= FN H(Y)
290 LINE(X1,190-Y1)-(X2,190-Y2)
300 GOTO 220
310 IF A*B>0 THEN GOTO 340
320 LET X=0: LET X1=FN G(X)
330 LINE (X1,0)-(X1,190)
340 IF C*D>0 THEN GOTO 370
350 LET Y=0: LET Y1=FN H(Y)

```



```

360 LINE(0,190-Y1)-(319,190-Y1)
370 STOP
380 PRINT "Eroare: Valorile functiei depasesc intervalul dat"
390 END

```

```

1  REM Programul 16 : CONICE
2  REM *****
10 LET A1=-159: LET A2=159: LET B1=-99: LET B2=99: LET J=1
11 LET H=1
20 DEF FN G(X)=INT((X-A1)*319/(A2-A1)+.5)
30 DEF FN H(Y)=INT((Y-B1)*199/(B2-B1)+.5)
40 DEF FN U(X)=B*SQR(A*A-X*X)/A
50 DEF FN V(X)=B*SQR(X*X-A*A)/A
60 DEF FN W(X)=SQR(2*P*X)
70 CLS: PRINT
80 PRINT "Programul ofera functiile:": PRINT
90 PRINT " 1. Afisarea sau modificarea conditiilor de lucru."
95 PRINT
100 PRINT " 2. Desenarea unei elipse.": PRINT
110 PRINT " 3. Desenarea unei hiperbole.": PRINT
120 PRINT " 4. Desenarea unei parabole.": PRINT
130 PRINT " 5. Oprirea programului.": PRINT
140 PRINT "Ce varianta alegeti(1-5)?"
150 LET R$=INKEY$
160 IF R$="1" THEN GOTO 220
170 IF R$="2" THEN GOTO 400
180 IF R$="3" THEN GOTO 500
190 IF R$="4" THEN GOTO 530
200 IF R$="5" THEN STOP
210 GOTO 150
220 CLS:
PRINT"Conditile de lucru stabilite pina in acest moment sint:"
230 PRINT"-pe ecranul calculatorului se reprezinta";"
    " dreptunghiul din plan pentru care:"
240 PRINT:PRINT "    ";A1;"<=x<=";A2
250 PRINT:PRINT "    ";B1;"<=y<=";B2
260 PRINT:PRINT"-pasul pentru desenarea conicelor, in numar";
    " puncte ecran, este egal cu:":J
270 INPUT "Doriti modificarea acestor valori(D,N)?:":R$

```

```

280 IF R$="D" OR R$="d" THEN GOTO 310
290 IF R$="N" OR R$="n" THEN GOTO 70
300 GOTO 270
310 CLS
315 PRINT "Noile limite pentru x: a1 si a2:"
320 INPUT "a1=";A1:INPUT"a2=";A2
330 IF A1>=A2 THEN PRINT "Valori eronate!": GOTO 315
340 PRINT "Noile limite pentru y: b1 si b2:"
350 INPUT "b1=";B1:INPUT "b2=";B2
360 IF B1>=B2 THEN PRINT "Valori eronate!": GOTO 350
370 INPUT "Pasul in nr.puncte ecran ";J
380 IF J<=0 THEN PRINT "Valoare eronata!": GOTO 370
390 LET H=(A2-A1)*J/320: GOTO 220
400 CLS:LET T=1: LET S$="+"
410 PRINT:PRINT "Ecuatia unei elipse este de forma:":PRINT: PRINT
420 PRINT "      2      2 "
430 PRINT "      x      y "
440 PRINT "      ---- ";S$;" ---- = 1"
450 PRINT "      2      2 "
460 PRINT "      a      b "
470 PRINT: PRINT:PRINT "Care sint valorile pentru a si b?"
480 INPUT "a=";A:INPUT "b=";B: GOTO 600
500 CLS: LET T=2: LET S$="-"
510 PRINT: PRINT "Ecuatia unei hiperbole este de forma:"
511 PRINT: PRINT
520 GOTO 420
530 CLS: LET T=3
540 PRINT: PRINT "Ecuatia unei parabole este de forma:"
541 PRINT: PRINT
550 PRINT "      2": PRINT "      y = 2*p*x"
560 PRINT: PRINT: PRINT "Care este valoarea lui p?"
570 INPUT "p=";P
600 SCREEN 1,0:CLS: LET R=1
610 LET I=1
620 IF T<>1 THEN GOTO 670
630 LET C=A1: LET D=A2
640 IF C<=-A THEN LET C=-A
650 IF D>A THEN LET D=A
660 GOTO 730
670 IF T<>2 THEN GOTO 710
680 LET C=A1: LET D=A2

```

```

690 IF D>-A THEN LET D=-A
700 GOTO 730
710 LET C=A1: LET D=A2: IF C>0 THEN LET C=0
730 LET X=C: LET K=0
740 IF X>D THEN GOTO 850
750 IF T=1 THEN LET Y=FN U(X): GOTO 780
760 IF T=2 THEN LET Y=FN V(X): GOTO 780
770 LET Y=FN W(X)
780 IF R=2 THEN LET Y=-Y
790 IF Y<B1 OR Y>B2 THEN LET K=0: GOTO 840
800 LET X1=FN G(X): LET Y1=FN H(Y)
810 IF K=0 THEN PSET(X1,200-Y1): LET K=1: GOTO 830
820 LINE (X1,200-Y1)-(X2,200-Y2)
830 LET X2=X1: LET Y2=Y1
840 LET X=X+H: GOTO 740
850 IF X<D+H THEN LET X=D: GOTO 740
855 IF T<>2 THEN GOTO 900
860 IF I=2 THEN GOTO 900
870 LET C=A1: LET D=A2: LET I=2
880 IF C<A THEN LET C=A
890 GOTO 730
900 LET R=R+1: IF R=2 THEN GOTO 610
910 IF B1*B2>0 THEN GOTO 940
920 LET Y=0: LET Y1=FN H(Y)
930 LINE (0,200-Y1)-(320,200-Y1)
940 IF A1*A2>0 THEN GOTO 1000
950 LET X=0: LET X1=FN G(X)
960 LINE (X1,0)-(X1,200)
1000 INPUT "Pt.continuaare tastati ENTER ";I$: GOTO 70

```

```

1  REM Programul 17 :  MEDISP
2  REM *****
10 REM Calculul mediei si dispersiei
11 REM *****
15 REM ----- citirea datelor
20 INPUT "n ="; N : DIM X(N)

```

```

30 FOR I = 1 TO N
40     PRINT "x("; I; ")=";: INPUT X(I)
50 NEXT I
55 REM ----- calculul mediei
60 LET M = 0
70 FOR I = 1 TO N
80     LET M = M + X(I)
90 NEXT I
100 LET M = M / N
105 REM ----- calculul dispersiei
110 LET D = 0 120 FOR I = 1 TO N
130     LET D = D + ( X(I) - M ) * ( X(I) - M )
140 NEXT I
150 LET D = D / N
155 REM ----- tiparirea datelor si a rezultatelor
160 CLS : FOR I = 1 TO N
170     PRINT "x("; I; ")="; X(I)
180 NEXT I : PRINT
190 PRINT "media = "; M
200 PRINT "dispersia = "; D
210 PRINT : STOP

```

```

1  REM Programul 18 HISTOGRAMA
2  REM *****
10 REM Centralizare + histograma
11 REM *****
15 REM ----- citirea datelor
16 CLS
20 INPUT "Numarul datelor:"; N
30 DIM X(N)
40 FOR I=1 TO N
50     PRINT "x("; I; ")=";:INPUT X(I)
60 NEXT I
65 REM ----- calculul minimului si maximului
70 LET M = INT (1+1.442726 * LOG(N)) : DIM A(M+1), F(M)
80 LET M1 = X(1) : LET M2 = X(1)
90 IF N = 1 THEN GOTO 150

```

```

100 FOR I = 2 TO N
110     IF M1 > X(I) THEN LET M1 = X(I)
120     IF M2 < X(I) THEN LET M2 = X(I)
130 NEXT I
140 IF M1 = M2 THEN LET M = 1
150 LET A(1) = M1 : LET A(M+1) = M2
160 LET P = ( A(M+1) - A(1) ) / M
170 FOR I = 1 TO M
180     LET F(I) = 0
190     LET A(I) = M1 + (I-1) * P
200 NEXT I
210 IF P = 0 THEN LET F(1) = N : GOTO 270
220 FOR I = 1 TO N
230     LET J = INT ( ( X(I)-M1)/P ) + 1
240     IF J > M THEN LET J = M
250     LET F(J) = F(J) + 1
260 NEXT I
265 REM ----- tiparire intervale + frecvente
270 PRINT "Intervalul"; "
280 FOR I = 1 TO M-1
290     PRINT "["; A(I); ", "; A(I+1); ")"; "          "; F(I)
300 NEXT I
310 PRINT "["; A(M); ", "; A(M+1); ")"; "          "; F(M)
313 PRINT:PRINT:PRINT "Apasati orice tasta pentru continuare !"
314 IF INKEY$="" THEN GOTO 314
315 REM ----- trasare histograma
318 SCREEN 1,0
320 CLS: LET D = F(1)
330 IF M = 1 THEN GOTO 370
340 FOR I = 2 TO M
350     IF D < F(I) THEN LET D = F(I)
360 NEXT I
370 LET X2 = 4 : LET E = A(M+1)-A(1)
380 LINE (0,190)-(319,190)
385 LET K=0
390 FOR I = 1 TO M
395 LET K=K+1: IF K>3 THEN K=1
400     LET X1 = X2 : LET X2 = 320
410     IF E<>0 THEN LET X2 = X1 + INT ((A(I+1)-A(1))*310/E+.5)
420     LET Y = 10 + INT (F(I)*160/D + .5)
430     LINE (X1,195)-(X1,200-Y)

```

```

440 LINE (X1,200-Y)-(X2,200-Y): LINE(X2,200-Y)-(X2,190)
450 IF F(I) = 0 THEN GOTO 500
460 LET J = X1 + 1
470 IF J >= X2 THEN GOTO 500
480 LINE (J,190)-(J,200-Y),K
490 LET J=J+1 : GOTO 470
500 NEXT I
510 STOP

```

```

1 REM Programul 19 : MEDII
2 REM *****
10 REM Se ordoneaza elevii unei clase in ordinea
11 REM descrescatoare a mediilor generale
12 REM *****
18 REM M = nr.materiilor
19 REM NR = nr.elevilor
20 REM E$(i) - numele elevului "i"
21 REM N(i,j) - nota elevului i la disciplina j
22 REM la disciplina j
23 REM *****
25 READ NR,M
30 DIM E$(NR), N(NR,M), V(NR)
35 CLS
40 PRINT "Numele si prenumele Media" : PRINT
50 FOR I=1 TO NR
55 LET S=0
60 READ E$(I)
65 FOR J=1 TO M
70 READ N(I,J)
80 LET S=S+N(I,J)
90 NEXT J
100 LET V(I)=S/M
110 PRINT E$(I);
120 PRINT " "; V(I)
130 NEXT I
190 LET INV=0

```

```

200 FOR I = 1 TO NR-1
210     IF V(I)>=V(I+1) THEN GOTO 250
220     LET T=V(I)
221     LET V(I)=V(I+1)
222     LET V(I+1)=T
230     LET T$=E$(I)
231     LET E$(I)=E$(I+1)
232     LET E$(I+1)=T$
240     LET INV=INV+1
250 NEXT I
260 IF INV<>0 THEN GOTO 190
270 PRINT: PRINT
300 FOR I=1 TO NR
310     PRINT E$(I);"          "; V(I)
320 NEXT I : PRINT
400 DATA 3,14
410 DATA "Abrudan Adina"
411 DATA 9,8,5,8,7,7,6,7,10,9
412 DATA 8,9,10,10
420 DATA "Bidian Sorin"
421 DATA 8,6,9,5,8,7,10,8,8,9
422 DATA 9,8,10,10
430 DATA "Frentiu Alin"
431 DATA 8,8,9,9,8,7,10,8,8,9
432 DATA 9,8,10,10
440 STOP

```

```

1  REM Programul 20 : RESTURI
2  REM *****
13 REM Operatii in Zn
12 REM *****
99 REM
100 CLS : PRINT "Dati un intreg n, n>1"
101 PRINT "sau 0 pentru STOP"
110 INPUT "n = ";N
120 IF N=0 THEN STOP
130 IF N<=1 OR N<>INT (N) THEN GOTO 100

```

```

299 REM
300 CLS: PRINT "Va oferim citeva posibilitati de operare in Z";N
301 PRINT
310 PRINT " 1. Se da i din Z";N;" si se obtine clasa lui i din Z"
    ;N
320 PRINT " 2. Se dau i si j din Z";N;" si se calculeaza i+j si
    i*j in Z";N
330 PRINT " 3. Se da i din Z";N;" si se obtine -i si i^(-1) in Z"
    ;N
340 PRINT " 4. Se tiparesc perechile de divizori ai lui 0 in Z";N
350 PRINT " 5. Se tipareste tabla adunarii in Z";N
360 PRINT " 6. Se tipareste tabla inmultirii in Z";N
370 PRINT " 0. Se cere o noua valoare pentru n";
380 INPUT "Ce doriti (1,2,3,4,5,6,0) ";V
382 PRINT
599 REM
600 IF V=0 THEN GOTO 100
610 IF V=1 THEN GOTO 1000
620 IF V=2 THEN GOTO 1300
630 IF V=3 THEN GOTO 1600
640 IF V=4 THEN GOTO 1900
650 IF V=5 THEN GOTO 2200
660 IF V=6 THEN GOTO 2500
670 GOTO 300
1000 INPUT "i = ";I
1010 IF I<>INT (I) THEN GOTO 1000
1020 LET C=ABS (I)-INT (ABS (I)/N)*N: IF I<0 THEN LET C=N-C
1030 PRINT I;" (mod ";N;" ) = ";C
1040 GOTO 4000
1299 REM
1300 INPUT "i = ";I: INPUT "j = ";J
1310 IF I<0 OR I>=N OR I<>INT (I) OR J<0 OR J>=N OR J<>INT (J)
    THEN GOTO 1300
1320 PRINT I;" + ";J;" (mod ";N;" ) = ";I+J-INT ((I+J)/N)*N
1330 PRINT I;" * ";J;" (mod ";N;" ) = ";I*J-INT ((I*J)/N)*N
1340 GOTO 4000
1599 REM
1600 INPUT "i = ";I
1610 IF I<0 OR I>=N OR I<>INT (I) THEN GOTO 1600
1620 PRINT "Elementul opus lui ";I;" in Z";N;" este "; N-I
1630 PRINT "Elementul invers lui ";I;" in Z";N;" ";

```



```

1640 FOR J=1 TO N-1
1650   LET C=I*J-INT ((I*J)/N)*N
1660   IF C<>1 THEN GOTO 1690
1670   PRINT "este ";J
1680   GOTO 4000
1690 NEXT J 1700 PRINT "nu exista"
1710 GOTO 4000
1899 REM
1900 PRINT "Divizori ai lui 0 in Z";N
1910 LET K=0
1920 FOR I=1 TO N-1
1930   LET C=I*I-INT ((I*I)/N)*N
1940   IF C<>0 THEN GOTO 1960
1950   LET K=K+1: PRINT I;" * ";I;" = 0"
1960   FOR J=I+1 TO N-1
1970     LET C=I*J-INT ((I*J)/N)*N
1980     IF C<>0 THEN GOTO 2000
1990     LET K=K+1: PRINT I;" * ";J;" = 0 si ";J;" * ";I;" = 0"
2000   NEXT J
2010 NEXT I
2020 IF K=0 THEN PRINT " nu exista"
2030 GOTO 4000
2199 REM
2200 PRINT "Tabla adunarii in Z";N: PRINT " + ";
2210 FOR J=0 TO N-1: PRINT J;" ";: NEXT J: PRINT
2220 FOR I=0 TO N-1
2230   PRINT: PRINT I;" ";
2240   FOR J=0 TO N-1
2250     PRINT I+J-INT ((I+J)/N)*N;" ";
2260   NEXT J
2270 NEXT I
2280 GOTO 4000
2499 REM
2500 PRINT "Tabla inmultirii in Z";N: PRINT " * ";
2510 FOR J=0 TO N-1: PRINT J;" ";: NEXT J: PRINT
2520 FOR I=0 TO N-1
2530   PRINT: PRINT I;" ";
2540   FOR J=0 TO N-1
2550     PRINT I*J-INT ((I*J)/N)*N;" ";
2560   NEXT J
2570 NEXT I

```

```

2580 GOTO 4000
3999 REM
4000 PRINT: PRINT :PRINT: PRINT "Apasati orice tasta"
4010 IF INKEY$="" THEN GOTO 4010
4020 GOTO 300

```

```

1  REM Programul 21 : RIEMANN
2  REM *****
3  REM Pentru [a,b] dat si functia f data se calculeaza suma
4  REM   Riemann
5  REM
5  REM
6  DEF FN F(X)=4/(X*X+1)
7  DEF FN S(I)=( X(I)+X(I+1) ) / 2
8  PRINT "Definiti functia f(x) in linia 6. "
9  PRINT "Daca ati facut-o tastati 0, altfel orice"
10 INPUT I$ : IF I$="0" THEN GOTO 15 ELSE STOP
15 PRINT "Daca pentru suma Riemann luati ca puncte";
    "(x(i)+x(i+1))/2 tastati 0"
16 INPUT J$ : IF J$="0" THEN GOTO 20 ELSE STOP
20 LET MAXN=500 : DIM X(MAXN), P(MAXN)
30 CLS: PRINT "Se da un interval de numere reale [a,b]"
35 PRINT "(Daca a=0 si b=0 atunci STOP)"
40 INPUT "a = ";A
50 INPUT "b = ";B
60 IF A=0 AND B=0 THEN STOP
70 IF A>=B THEN GOTO 30
80 LET X(1)=A
99  REM
100 CLS: PRINT
    "Va oferim doua moduri de definire a unei diviziuni peste";
105 PRINT "[";A;" , ";B;"]"
110 PRINT " 1. Alegerea de catre Dv. a nodurilor intermediare"
120 PRINT " 2. Definirea unei diviziuni echidistante"
130 INPUT "Care varianta o alegeti (1,2) ";V
140 IF V<>1 AND V<>2 THEN GOTO 100
200 IF V=2 THEN GOTO 300
210 LET N=1: LET XS=A

```

```

220 PRINT "x(";N+1;") din (";XS;" , ";B;"] = ?";: INPUT X(N+1)
230 IF X(N+1)=B THEN GOTO 1000
240 IF X(N+1)<=XS OR X(N+1)>B THEN GOTO 220
250 LET N=N+1: LET XS=X(N): IF N>MAXN-1 THEN GOTO 1000
260 GOTO 220
299 REM
300 PRINT " 3. Prin numarul de subintervale"
310 PRINT " 4. Prin lungimea unui subinterval"
320 INPUT "Care varianta o alegeti (3,4) ";V
330 IF V<>3 AND V<>4 THEN GOTO 300
399 REM
400 IF V=4 THEN GOTO 500
410 INPUT "n = ";N
420 IF N<1 OR N>=MAXN OR N<>INT (N) THEN GOTO 410
430 LET H=(B-A)/N: GOTO 600
499 REM
500 INPUT "h = ";H
510 IF H<=0 OR H>=B-A THEN GOTO 500
520 LET N=INT ((B-A)/H)+1: IF N>=MAXN THEN GOTO 500
599 REM
600 FOR I=2 TO N: LET X(I)=A+(I-1)*H: NEXT I
610 LET X(N+1)=B
999 PRINT
1000 CLS: PRINT
      "In diviziune se poate alege un sistem de puncte intermediare:"
1010 PRINT " 5. Alegind Dv. fiecare punct"
1020 PRINT " 6. Considerind expresia P(i) de calcul al punctului
      din al i-lea subinterval"
1025 PRINT "      [x(i),x(i+1)], definita deja in linia 7"
1030 INPUT "Care varianta o alegeti (5,6) ";V
1040 IF V<>5 AND V<>6 THEN GOTO 1000
1199 REM
1200 IF V=6 THEN GOTO 1400
1210 FOR I=1 TO N
1220     PRINT "p(";I;") din [";X(I);",";X(I+1);"]=";:INPUT P(I)
1230     IF X(I)>P(I) OR P(I)>X(I+1) THEN GOTO 1220
1240 NEXT I
1250 GOTO 2000
1400 REM

```

```

1420 FOR I=1 TO N
1430 LET P(I)=FN S(I)
1440 IF P(I)<X(I) THEN LET P(I)=X(I)
1450 IF P(I)>X(I+1) THEN LET P(I)=X(I+1)
1460 NEXT I
1999 REM
2000 REM
2020 LET NORMA=0: LET SUMA=0
2030 CLS: PRINT "Pentru intervalul [";A;" ";B;"] si functia data";
2031 PRINT " avem diviziunea si punctele:"
2040 FOR I=1 TO N
2050 PRINT " [";X(I);" , ";X(I+1);"] contine ";P(I)
2060 LET HI=X(I+1)-X(I): IF HI>NORMA THEN LET NORMA=HI
2070 LET SUMA=SUMA+FN F(P(I))*HI
2075 IF INT(I/21)*21<>I THEN GOTO 2080
2076 PRINT "
                                Apasati
                                orice tasta!"
2077 IF INKEY$="" THEN GOTO 2077
2080 NEXT I
2499 REM
2500 PRINT : PRINT "Norma diviziunii este ";NORMA
2510 PRINT "Valoarea sumei Riemann este ";
2511 PRINT " Suma ="; SUMA
2515 PRINT "
                                Apasati
                                orice tasta!"
2520 IF INKEY$="" THEN GOTO 2520
2530 GOTO 30

```

```

1 REM Programul 22 : APROXINT
2 REM *****
3 REM Calculul aproximativ al integralelor prin metoda
5 REM dreptunghiurilor
6 REM
10 DEF FN F(X) = X*X
100 CLS:PRINT
    "Calcul aprox. al integralelor; metoda dreptunghiurilor"
110 PRINT: PRINT
120 PRINT "Definiti functia F(x) in linia 10"

```

```

123 PRINT "Daca ati facut-o tastati 0, altfel orice "
125 INPUT I$: IF I$="0" THEN GOTO 130 ELSE STOP
130 INPUT "a =";A
140 INPUT "b =";B
150 INPUT "epsilon =";EPS
159 REM
160 LET H=B-A
170 LET SD=FN F(B)
180 LET DV=H*SD
190 LET N=1
199 REM
200 LET NOD=A+H/2
209 REM
210 FOR K=1 TO N
220     LET SD=SD+FN F(NOD)
230     LET NOD=NOD+H
240 NEXT K
249 REM
250 LET H=H/2
260 LET DN=H*SD
270 LET N=2*N
279 REM
280 PRINT N;" dreptunghiuri ==> "
290 PRINT "          ";DN
299 REM
300 IF ABS (DN-DV)<EPS THEN GOTO 330
309 REM
310 LET DV=DN
320 GOTO 200
329 REM
330 PRINT "Integrala de la ";A
340 PRINT "          la ";B
350 PRINT "din functia data"
360 PRINT "cu precizia ";EPS
370 PRINT "este ";DN
380 PRINT
390 PRINT "S-au folosit ";N
400 PRINT "dreptunghiuri"
410 STOP
600 CLS:PRINT "Calcul aprox. al integralelor; metoda trapezelor"
610 DEF FN F(X) = X*X

```

```

620 PRINT "Definiti functia F(x) in linia 610"
625 PRINT "Daca ati facut-o tastati 0"
627 INPUT I$: IF I$="0" THEN GOTO 630 ELSE STOP
630 INPUT "a =";A
640 INPUT "b =";B
650 INPUT "epsilon =";EPS
659 REM
660 LET H=B-A
670 LET FAB=(FN F(A)+FN F(B))/2: LET ST=0
680 LET TV=H*FAB
690 LET N=1
699 REM
700 LET NOD=A+H/2
709 REM
710 FOR K=1 TO N
720     LET ST=ST+FN F(NOD)
730     LET NOD=NOD+H
740 NEXT K
749 REM
750 LET H=H/2
760 LET TN=H*ST
770 LET N=2*N
779 REM
780 PRINT N;" trapeze ==> "
790 PRINT "          ";TN
799 REM
800 IF ABS (TN-TV)<EPS THEN GOTO 830
809 REM
810 LET TV=TN
820 GOTO 700
830 PRINT "Integrala de la ";A
840 PRINT "          la ";B
850 PRINT "din functia data"
860 PRINT "cu precizia ";EPS
870 PRINT "este ";TN
880 PRINT
890 PRINT "S-au folosit ";N
900 PRINT "trapeze"
910 STOP

```

```

1  REM Programul 23 : APLICINT
2  REM *****
10  DEF FN F(X)= X
20  DEF FN P(X)= 1
90  LET PI=4*ATN(1)
100 CLS: PRINT "Pentru o functie continua:"
110 PRINT "      f:[a,b]--->R": PRINT
120 PRINT "si pentru domeniul delimitat de:"
130 PRINT "  x=a, x=b, y=0, y=f(x)": PRINT
140 PRINT "va putem ajuta sa calculati:"
142 PRINT "arie, volum, lungime grafic, arie laterala,";
      " centru de greutate"
150 PRINT:PRINT
152 PRINT "Definiti functia F(x) in linia 10, iar F'(x) ";
      "( notat cu P(x) ) in li
154 PRINT "Daca ati facut-o tastati 0, altfel orice"
156 INPUT I$: IF I$ ="0" THEN GOTO 158 ELSE STOP
158 CLS
160 PRINT "1. Aria domeniului"
170 PRINT "2. Volumul corpului de rotatie (in jurul lui y=0)"
180 PRINT "3. Lungimea graficului y=f(x) (daca f' continua)"
190 PRINT "4. Aria suprafetei laterale de rotatie (in jurul ";
      "lui y=0, daca f' continua"
200 PRINT "5. Coordonatele Xg si Yg ale centrului de greutate";
      "(daca f' > 0)"
210 PRINT
220 INPUT "Ce doriti? (1,2,3,4,5 sau 0 pentru STOP)";V
230 IF V=0 THEN STOP
499 REM
500 CLS
510 INPUT "a =";A
520 INPUT "b =";B
999 REM
1000 IF V<>1 THEN GOTO 1100
1020 GOSUB 4000
1030 GOSUB 6000
1040 PRINT "Aria domeniului =": PRINT " ";TN
1050 GOTO 7000
1099 REM
1100 IF V<>2 THEN GOTO 1200
1120 GOSUB 4000

```

```

1130 GOSUB 6000
1140 PRINT "Volumul corpului =": PRINT " ";PI*TN
1150 GOTO 7000
1199 REM
1200 IF V<>3 THEN GOTO 1300
1220 GOSUB 4000
1230 GOSUB 6000
1240 PRINT "Lungimea graficului =": PRINT " ";TN
1250 GOTO 7000
1299 REM
1300 IF V<>4 THEN GOTO 1400
1330 GOSUB 4000
1340 GOSUB 6000
1350 PRINT "Aria laterala de rotatie =": PRINT " ";2*PI*TN
1360 GOTO 7000
1399 REM 1400 IF V<>5 THEN GOTO 158
1420 LET V=1: GOSUB 4000
1430 IF TN<.0000001 THEN GOSUB 6000: PRINT "f este nepozitiva":
    GOTO 7000
1440 LET ARIA=TN: LET V=2: GOSUB 4000
1450 LET YG=TN/ARIA/2: LET V=5
1460 GOSUB 4000
1470 GOSUB 6000
1480 PRINT " Xg = ";TN/ARIA: PRINT " Yg = ";YG
1490 GOTO 7000
1999 REM
2020 RETURN
2999 REM
3020 RETURN
3999 REM
4000 LET H=B-A
4010 LET X=A: GOSUB 5000: LET FAB=F: LET X=B: GOSUB 5000:
    LET FAB=(FAB+F)/2
4020 LET ST=0: LET TV=H*FAB: LET N=1
4030 LET NOD=A+H/2
4040 FOR K=1 TO N
4050     LET X=NOD: GOSUB 5000: LET ST=ST+F
4060     LET NOD=NOD+H
4070 NEXT K
4080 LET H=H/2
4090 LET TN=H*(FAB+ST)

```



```

4100 LET N=2*N
4110 LET TV=ABS (TN-TV): IF TV<.01 THEN RETURN
4120 PRINT AT 0,0;TV: LET TV=TN
4130 GOTO 4030
4999 REM
5000 REM Alegerea functiei de sub integrala
5010 IF V=1 THEN LET F=FN F(X): RETURN
5020 IF V=2 THEN LET F=FN F(X)*FN F(X): RETURN
5030 IF V=3 THEN LET F=SQR (1+FN P(X)*FN P(X)): RETURN
5040 IF V=4 THEN LET F=FN F(X)*SQR (1+FN P(X)*FN P(X)): RETURN
5050 IF V=5 THEN LET F=X*FN F(X): RETURN
5999 REM
6000 CLS
6010 PRINT "Pentru: ": PRINT
6020 PRINT " a.= ";A
6030 PRINT " b.= ";B
6070 PRINT: PRINT "====>": PRINT
6080 RETURN
6999 REM
7000 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:
      PRINT "Apasati orice tasta pentru continuare!"
7005 IF INKEY$="" THEN GOTO 7005
7010 GOTO 158

```

B I B L I O G R A F I E

1. Coman, Gh., Frențiu M., Introducere in informatică, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1982.
2. Dodescu, Gh., Ionescu, D., Nisipeanu, L., Pilat, F., Limbajul Basic și aplicații, Ed.didactică și pedagogică, București 1978.
3. Dumitrașcu, H., Să învățăm Basic, Editura Albatros, București, 1987.
4. Frențiu, M., Kasa, Z., Tarția, C., Țimbulea, L., Utilizarea calculatorului personal PRAE-M, Universitatea Cluj-Napoca, 1986.
5. Kasa, Z., Ismerkedes az informatikával, Editura Dacia, Cluj-Napoca 1983.
7. * * * Biblioteca MATH I, ITCI Filiala Cluj-Napoca, 1987.
8. * * * Buletinul roman de Informare Tehnică - BIT - nr.5/1986.
9. * * * Manuale școlare.

CUPRINS

Capitolul 1. SISTEM DE CALCUL	3
&1.1. Elemente de prelucrare automată a datelor.	3
&1.2. Tipuri de sisteme de calcul.	5
&1.3. Structura și funcționarea unui calculator personal.	7
&1.4. Limbaje de programare.	9
&1.5. Microcalculatorul personal HC-85 și programarea lui.	11
&1.6. Comenzile de execuție și lucrul cu perifericele.	14
Capitolul 2. ALGORITMI	16
&2.1. Noțiunea de algoritm.	16
&2.2. Descrierea algoritmilor.	17
&2.3. Exemple.	19
&2.4. Limbajul Pseudocod.	38
Capitolul 3. LIMBAJUL BASIC	41
&3.1. Constante și variabile.	41
&3.2. Instrucțiunea DIM.	42
&3.3. Funcții Basic.	43
&3.4. Comentarii.	44
&3.5. Expresii aritmetice. Instrucțiunea de atribuire.	44
&3.6. Instrucțiuni de intrare/ieșire.	45
&3.7. Instrucțiunile STOP și END.	46
&3.8. Instrucțiuni de control: GOTO și IF. Expresii logice.	46
&3.9. Programul 1: EUCLID.	48
&3.10. Instrucțiunea FOR.	49
&3.11. Programul 2: PROGRESIE.	49
&3.12. Programul 3: HORNER.	51
&3.13. Subprograme Basic.	53
&3.14. Programul 4: POLINOM.	54
&3.15. Instrucțiuni grafice în Basic.	55
&3.16. Programul 5: CERC.	59
&3.17. Programul 6: PATRAT.	62
&3.18. Operații asupra șirurilor de caractere.	66
&3.19. Alte instrucțiuni Basic.	66

Capitolul 4. ALTE PROGRAME	68
84.1. Programul 7: ECUATIA2	68
84.2. Programul 8: COMBI	71
84.3. Programul 9: MATRICE	77
84.4. Programul 10: NRE	80
84.5. Programul 11: FIBO	81
84.6. Programul 12: RADICAL	85
84.7. Programul 13: COARDATG	89
84.8. Programul 14: TANGENTE	92
84.9. Programul 15: GRAFIC	96
84.10. Programul 16: CONICE	101
84.11. Programul 17: MEDISP	110
84.12. Programul 18: HISTO	112
84.13. Programul 19: MEDII	115

Capitolul V. PRODUSE PROGRAM.	118
85.1. Programul 19: RESTURI	118
85.2. Programul 20: RIEMMAN	125
85.3. Programul 21: APROXINT	132
85.4. Programul 22: APLICINT	141
85.5. Programul 23: OPALG	150
85.6. Programul 24: LOCCEO	153
85.7. Programul 25: ECINEL	163

Capitolul VI. PROGRAME PENTRU IBM-PC.	173
---------------------------------------	-----

BIBLIOGRAFIE	208
--------------	-----



Vreți să știți cum să utilizați calculatorul PC-XT și AT și să-i folosiți la maxim calitățile ținând seama de limitele lui?

Curiozitatea dumneavoastră a fost anticipată de MicroInformatica, firma ce deja a cucerit atenția a zeci de mii de utilizatori, prin titlurile de carte alese strict după necesități, prin frecvența mare de apariție a cărților și memento-urilor, prin prețurile deosebit de avantajoase, precum și prin promptitudinea cu care intrați în posesia lor.

În seria manuale, MicroInformatica vă propune lista manualelor disponibile în prezent (aprilie 1992):

- **Ce este și ce vă oferă calculatorul IBM-PC**

O descriere a calculatoarelor de tip IBM PC AT și XT cu principalele lor domenii de utilizare precum și cele mai utilizate produse program.

- **Sistemul de operare DOS - Comenzi**

Descrierea comenzilor MS-DOS versiunile 3.30, 4.0 și 5.0.

- **Sistemul de operare DOS - Funcții sistem**

Manualul oferă o descriere a funcțiilor disponibile prin întreruperea INT 21H, așa numitele funcții sistem.

- **Sistemul de operare DOS - Ghidul programatorului**

Structura sistemului de operare, gestiunea tastaturii, a ecranului, a discului flexibil și a discului Winchester, funcțiile BIOS.

- **FoxBase+ - Comenzi și funcții**

Cartea prezintă într-un mod sistematic, în ordine alfabetică, toate comenzile și funcțiile versiunii 2.10.

- **Rețele locale**

O prezentare în același timp generală și detaliată a unui subiect modern, încă insuficient cunoscut la noi: tipuri de rețele, organizarea lor, modul de lucru, posibilități oferite.

- **Ghid de utilizare Turbo C**

Sînt descrise, pe bază de exemple clare, instrucțiunile limbajului, facilitățile oferite de mediul integrat, posibilitățile de interfațare cu alte limbaje, anumite noțiuni de programare avansată.

- **Ghid de utilizare dBase III Plus**

O trecere în revistă a setului complet de instrucțiuni și funcții pe bază de exemple și prezentarea unei aplicații interesante.

- **Ghid de utilizare dBase IV**

Particularitățile specifice ale produsului dBase IV, modurile de lucru cu interfețele neprocedurale. Prezentarea SQL, QBE și a generatorului de aplicație recomandă cartea tuturor utilizatorilor de SGBD-uri.

- **Ghid de utilizare TURBO PASCAL 6.0**

Prezentare completă a noului mediu de programare Turbo Pascal 6.0 al firmei Borland International cu noile sale facilități.

Seria Ghid de inițiere se adresează cititorilor care au cunoștințe minimale despre utilizarea unui calculator de tip IBM-PC. Lucrările sînt concepute sub forma unor "lecții ședințe" și presupun că cititorul are acces la calculator concomitent cu parcurgerea conținutului lor.

- **Ghid de inițiere WORDPERFECT 5.1**

Se adresează celor care doresc să asimileze rapid deprinderea de a lucra cu un procesor de texte performant și cu arie de aplicabilitate foarte largă.

- **Ghid de inițiere NOVELL-NETWARE**

Destinat în primul rînd personalului implicat în mod direct în instalarea (software),întreținerea și utilizarea rețelelor locale Novell-NetWare.

Sînt în curs de apariție:

Informatica pentru elevi

Ghid de utilizare Wordstar

Ghid de utilizare Turbo C++

Turbo C Tehnici de programare

Tehnologia informației în management (traducere din limba engleză - titlul provizoriu)

IBM PC pentru utilizatori

Pentru acei utilizatori, care văd în aceste manuale un ajutor, Micro-Informatica vă stă la dispoziție prin difuzorii de carte autorizați ai firmei, sau prin mesagerie poștală.

Comanda 373, 5000 exemplare

IMPRIMERIA "ARDEALUL" CLUJ



Apariția lucrării de față a fost determinată de impactul tot mai puternic al informaticii și tehnicii de calcul asupra societății românești contemporane, fapt care a determinat introducerea elementelor de bază din aceste domenii și în programele școlare liceale.

Cartea este axată pe exemple rezolvate prin scheme logice și cu ajutorul limbajului BASIC. Dorința autorilor a fost sprijinirea elevilor și profesorilor, materialul putând fi utilizat ca ghid în predarea noțiunilor de informatică.

Lei 360,-

ISBN 973-95718-4-0



*micro*informatica srl
EDITURA MICROINFORMATICA

Str. Observatorului nr. 1, bl. OS1,
Cluj-Napoca, 3400
Oficiul P.T.T.R. Cluj-Napoca 1, C.P. 186
tel. 95/118263